Задания I (заочного) этапа

1. С какой скоростью должна двигаться нефть в трубопроводе сечением 100 *см*^{2}, чтобы в течение часа протекало 18 *м*^{3} нефти?

Решение

Расстояние, пройденное нефтью через поперечное сечение трубы $l = \frac{V}{S} = \frac{18\ \text{м}^3}{0{,}01\ \text{м}^2} = 1800\ \text{м}.$

Скорость потока нефти $\vartheta = \frac{l}{t} = \frac{1800\ \text{м}}{3600\ \text{с}} = 0{,}5\ \text{м/с}.$

Разбалловка

Записано выражение для расстояния, пройденного потоком нефти через поперечное сечение – 4б

Записано выражение для скорости потока нефти – 4б

Дан правильный ответ – 2б

2. Два мальчика перекидываются мячом, двигаясь одновременно навстречу друг другу. Определить путь, который пролетел мяч за время, в течение которого расстояние между мальчиками сократилось от L_1 до L_2. Скорость первого мальчика υ_1, скорость второго – υ_2, скорость мяча – υ_3. Временем пребывания мяча в руках можно пренебречь. Считать полет мяча горизонтальным.

Решение

Время сближения мальчиков $t = \frac{L_1 - L_2}{\vartheta_1 + \vartheta_2}$.

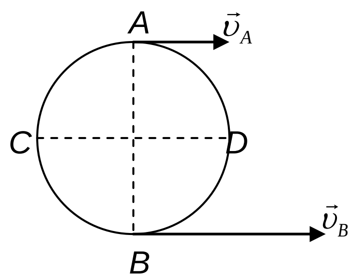
Расстояние, которое пролетел мяч $s = \vartheta_3 \cdot t = \vartheta_3 \cdot \frac{L_1 - L_2}{\vartheta_1 + \vartheta_2}$.

Разбалловка

Записано выражение для времени сближения мальчиков – 5б

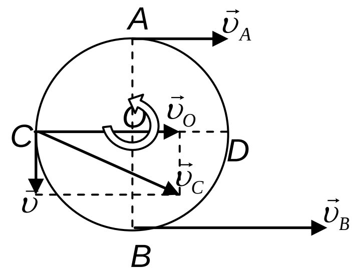
Записано выражение для расстояния, которое пролетел мяч – 5б

3. Обруч, проскальзывая, катится по горизонтальной поверхности (рис.). В некоторый момент времени скорость



верхней точки *A* равна 2 *м/с*, а нижней точки *B* – 6 *м/с*. Определить скорость концов диаметра *CD*, перпендикулярного к *AB*, для того же момента времени.

Решение



Скорость т.*A* относительно земли $\vartheta_A = \vartheta_O - \vartheta$.

Скорость т.*B* относительно земли $\vartheta_B = \vartheta_O + \vartheta$.

Решая систему уравнений, получим $\vartheta = \frac{\vartheta_B - \vartheta_A}{2} = 2\ \text{м/с}$, $\vartheta_O = \frac{\vartheta_B + \vartheta_A}{2} = 4\ \text{м/с}$.

Скорости т.*C* и т.*D* относительно земли $\vartheta_C = \vartheta_D = \sqrt{\vartheta_O^2 + \vartheta^2} = 4{,}47\ \text{м/с}$.

Разбалловка

Сделан пояснительный чертеж – 2б

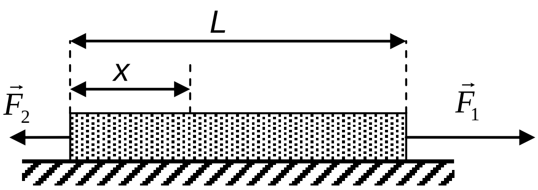
Найдена собственная скорость обруча относительно его оси – 2б

Найдена скорость оси обруча относительно земли – 2б

Указано направление вращения обруча – 2б

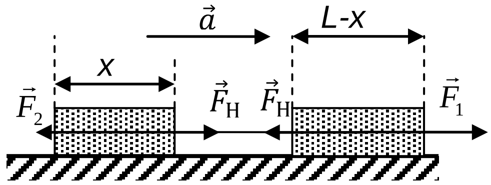
Найдена скорость точек *C* и *D* – 2б

4. К стержню длиной *L* приложены силы F_1 и F_2, как показано на рисунке. Найти силу натяжения стержня в сечении, находящемся на расстоянии *x* от его левого конца ($F_1 > F_2$).



Решение

Стержень можно представить в виде двух частей, связанных между собой нерастяжимой и невесомой нитью (рис.).



Второй закон Ньютона для части стержня длиной (*L*-*x*), $F_1 - F_Н = m_1 a$, где $m_1 = \frac{m}{L}(L - x)$.

Второй закон Ньютона для части стержня длиной *x*, $F_{\text{Н}} - F_2 = m_2 a$, где $m_2 = \frac{m}{L} x$.

Решая систему уравнений, получим $F_{\text{Н}} = \frac{F_2(L-x)+xF_1}{L}$.

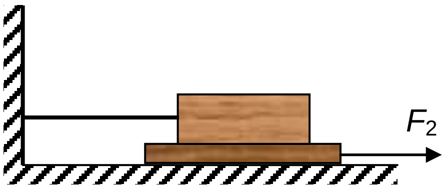
Разбалловка

Сделан правильный пояснительный чертеж – 2б

Записан второй закон ньютона для движения частей стержня – 4б

Дан правильный ответ – 4б

5. Чтобы доску массой 20 *кг* равномерно тащить по полу, нужно приложить силу 100 *Н*. На доску поставили деревянный ящик с грузом массой 80 *кг*. Определите: а) какую силу нужно приложить к доске, чтобы равномерно перемещать ее с ящиком; б) какую силу нужно приложить к доске, чтобы вытащить ее из-под ящика, если он будет привязан к стене (рис.). (Учесть, что отношение силы трения к силе давления есть величина постоянная).

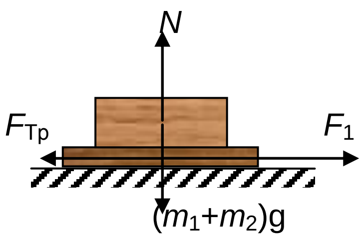


Решение

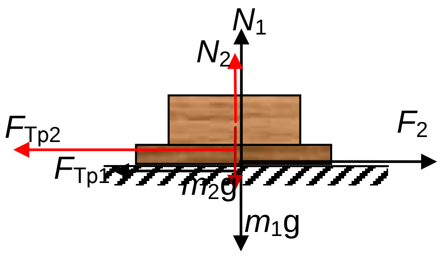
Введем коэффициент пропорциональности $\frac{F_{\text{Тр}}}{F_{\text{Д}}} = k$. Согласно третьему закону Ньютона $|\vec{F}_{\text{Д}}| = |\vec{N}|$. Тогда $\frac{F_{\text{Тр}}}{N} = k$, где $N = mg$.

При равномерном движении доски по полу $F_0 = F_{\text{Тр}0}$. Тогда $k = \frac{F_0}{m_1 g} = \frac{100\ \text{Н}}{20\ \text{кг} \cdot 10\ \text{м/с}^2} = 0{,}5$.

При равномерном движении доски по полу вместе с ящиком, на доску действует сила трения только со стороны пола (рис.). $F_1 = k(m_1 + m_2)g = 0{,}5 \cdot (20\ \text{кг} + 80\ \text{кг}) \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 500\ \text{Н}$.



При равномерном вытаскивании доски из-под привязанного ящика, на доску действует сила трения со стороны пола и



со стороны ящика (рис.). $F_2 = F_{\text{Тр}1} + F_{\text{Тр}2} = k(m_1 + m_2)g + km_2 g = 900\ \text{Н}$.

Разбалловка

Записано выражение $|\vec{F}_{\text{д}}| = |\vec{N}|$ - 1б

Записано выражение $\frac{F_{\text{Тр}}}{N} = k$ - 1б

Найден коэффициент пропорциональности – 1б

Выполнены пояснительные чертежи для трех движений доски – 3б

Найдена сила, приложенная к доске, в первом случае – 2б

Найдена сила, приложенная к доске, во втором случае – 2б

6. Какую работу нужно совершить, чтобы вертикально забросить камень массой *m* на высоту *h*, если средняя сила сопротивления воздуха постоянна и равна *F*?

Решение

Совершенная работа идет сначала на изменение кинетической энергии камня $A = \frac{m\vartheta^2}{2}$.

Кинетическая энергия преобразуется в потенциальную, а часть ее расходуется на работу против силы сопротивления воздуха $\frac{m\vartheta^2}{2} = mgh + Fh$.

Таким образом, $A = mgh + Fh = h(mg + F)$.

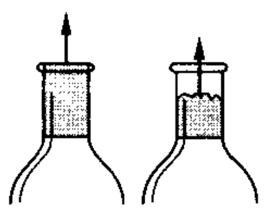
Разбалловка

Записано выражение $A = \frac{m\vartheta^2}{2}$ - 2б

Записано выражение $\frac{m\vartheta^2}{2} = mgh + Fh$ - 4б

Записано выражение $A = h(mg + F)$ – 4б

7. Для того чтобы вытащить целую пробку из бутылки (рис.), нужно совершить работу *A* = 2 *Дж*.



Какую работу нужно совершить, чтобы откупорить бутылку, у которой отломилась и выкрошилась верхняя половина пробки? Пробку считать невесомой.

Разбалловка

Работа по вытаскиванию целой пробки из бутылки $A = \frac{1}{2}Fl = \frac{1}{2}F_{\text{Тр}}l$, где *l* – длина пробки, $F_{\text{Тр}}$ – максимальная сила трения покоя.

Работа по вытаскиванию половины пробки из бутылки $A_2 = \frac{F_{\text{Тр}}}{2} \cdot \frac{l}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{F_{\text{Тр}}}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{3}{8}F_{\text{Тр}}l$.

Опираясь на выражение для работы в первом случае получим $F_{\text{Тр}}l = 2A$. Тогда $A_2 = \frac{3}{8} \cdot 2A = \frac{3}{4}A = 1{,}5$ Дж.

Разбалловка

Записано выражение $A = \frac{1}{2}Fl = \frac{1}{2}F_{\text{Тр}}l$ - 2б

Указано, что максимальная сила трения покоя, действующая на половину пробки, вдвое меньше – 2б

Записано выражение $A_2 = \frac{F_{\text{Тр}}}{2} \cdot \frac{l}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{F_{\text{Тр}}}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{3}{8}F_{\text{Тр}}l$ - 2б

Записано выражение $A_2 = \frac{3}{8} \cdot 2A = \frac{3}{4}A$ - 2б

Дан правильный ответ – 2б

8. Грузовик едет со скоростью 7 *м/с*. Мячик массой 0,25 *кг*, брошенный вдогонку грузовика, ударяется абсолютно упруго в его задний борт с горизонтальной скоростью 10 *м/с*. Определить импульс мяча относительно Земли после удара.

Решение

Скорость мяча относительно грузовика $\vartheta = \vartheta_{\text{м}1} - \vartheta_{\text{гр}} = 3$ м/с.

Скорость мяча относительно земли после удара $\vartheta_{\text{м}2} = \vartheta_{\text{гр}} - \vartheta = 4$ м/с.

Импульс мяча относительно земли после удара $P = m\vartheta_{\text{м}2} = 1$ кг · м/с.

Разбалловка

Найдена скорость мяча относительно грузовика – 4б

Найдена скорость мяча относительно земли после удара – 4б

Дан правильный ответ – 2б

9. Два пластилиновых шарика, масса которых отличаются в два раза, движутся по взаимно перпендикулярным направлениям навстречу друг другу с одинаковыми скоростями. Определить изменение механической энергии шаров после их абсолютно неупругого столкновения.

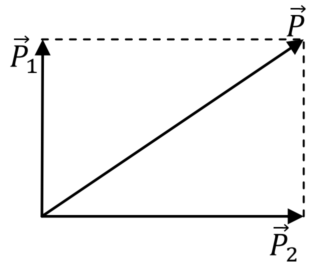
Решение

Энергия системы тел до удара $E_1 = \frac{m\vartheta^2}{2} + \frac{2m\vartheta^2}{2} = \frac{3m\vartheta^2}{2}$.

Энергия системы тел после удара $E_2 = \frac{3mu^2}{2}$, где u – скорость шаров после абсолютно неупругого взаимодействия.

Изменение энергии системы $\frac{\Delta E}{E_1} = \frac{E_2 - E_1}{E_1} = \frac{E_2}{E_1} - 1 = \frac{u^2}{\vartheta^2} - 1$.

Импульс замкнутой системы тел при любом взаимодействии сохраняется $\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}$, где $P_1 = m\vartheta$, $P_2 = 2m\vartheta$, $P = 3mu$.



Закон сохранения импульса в скалярном виде (см. рис.) $P^2 = P_1^2 + P_2^2$ или $(3mu)^2 = (m\vartheta)^2 + (2m\vartheta)^2$. Сократив массу, получим $9u^2 = \vartheta^2 + 4\vartheta^2$.

Тогда $\frac{u^2}{\vartheta^2} = \frac{5}{9}$.

Следовательно, $\frac{\Delta E}{E_1} = \frac{5}{9} - 1 = -\frac{4}{9}$, т.е. энергия системы шаров уменьшилась на 44%.

Разбалловка

Записано выражение $E_1 = \frac{m\vartheta^2}{2} + \frac{2m\vartheta^2}{2} = \frac{3m\vartheta^2}{2}$ - 1б

Записано выражение $E_2 = \frac{3mu^2}{2}$ - 1б

Записано выражение $\frac{\Delta E}{E_1} = \frac{E_2 - E_1}{E_1} = \frac{E_2}{E_1} - 1 = \frac{u^2}{\vartheta^2} - 1$ - 2б

Сделан пояснительный чертеж – 1б

Записано выражение $(3mu)^2 = (m\vartheta)^2 + (2m\vartheta)^2$ - 2б

Найдено соотношение между скоростями до и после взаимодействия – 1б

Дан правильный ответ – 2б

10. Чему будет равно ускорение через 0,25 *с* от начала колебаний груза, совершающего свободные колебания амплитудой 2 *см* на пружине, если период колебаний равен 2 *с*?

Решение

Согласно второму закону Ньютона $a = \frac{F}{m} = \frac{kx}{m}$, где $x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$.

Циклическая частота колебаний $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

Период колебаний груза на пружине $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$. Тогда $\frac{k}{m} = \frac{4\pi^2}{T^2}$.

Следовательно, $a = \frac{4\pi^2}{T^2} A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right)$.

При начальной фазе равной нулю ускорение груза $a = \frac{4\cdot 3{,}14^2}{2^2} 0{,}02\cos\left(\frac{2\cdot\pi}{2}0{,}25 + 0\right) \approx 0{,}14\ \text{м/с}^2$.

Разбалловка

Записано выражение $a = \frac{F}{m} = \frac{kx}{m}$ – 1б

Записано выражение $x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$ – 1б

Записано выражение $\omega = \frac{2\pi}{T}$ – 1б

Записано выражение $\frac{k}{m} = \frac{4\pi^2}{T^2}$ – 2б

Записано выражение $a = \frac{4\pi^2}{T^2} A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right)$ – 3б

Дан правильный ответ – 2б