

Задания I (заочного) этапа

1. С какой скоростью должна двигаться нефть в трубопроводе сечением 100 см^2 , чтобы в течение часа протекало 18 м^3 нефти?

Решение

Расстояние, пройденное нефтью через поперечное сечение трубы

$$l = \frac{V}{S} = \frac{18 \text{ м}^3}{0,01 \text{ м}^2} = 1800 \text{ м}.$$

$$\text{Скорость потока нефти } v = \frac{l}{t} = \frac{1800 \text{ м}}{3600 \text{ с}} = 0,5 \text{ м/с}.$$

Разбалловка

Записано выражение для расстояния, пройденного потоком нефти через поперечное сечение – 4б

Записано выражение для скорости потока нефти – 4б

Дан правильный ответ – 2б

2. Два мальчика перекидываются мячом, двигаясь одновременно навстречу друг другу. Определить путь, который пролетел мяч за время, в течение которого расстояние между мальчиками сократилось от L_1 до L_2 . Скорость первого мальчика v_1 , скорость второго – v_2 , скорость мяча – v_3 . Временем пребывания мяча в руках можно пренебречь. Считать полет мяча горизонтальным.

Решение

$$\text{Время сближения мальчиков } t = \frac{L_1 - L_2}{v_1 + v_2}.$$

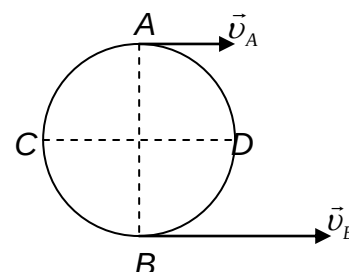
$$\text{Расстояние, которое пролетел мяч } s = v_3 \cdot t = v_3 \cdot \frac{L_1 - L_2}{v_1 + v_2}.$$

Разбалловка

Записано выражение для времени сближения мальчиков – 5б

Записано выражение для расстояния, которое пролетел мяч – 5б

3. Обруч, проскальзывая, катится по горизонтальной поверхности (рис.). В некоторый момент времени скорость



верхней точки A равна 2 м/с , а нижней точки B – 6 м/с . Определить скорость концов диаметра CD , перпендикулярного к AB , для того же момента времени.

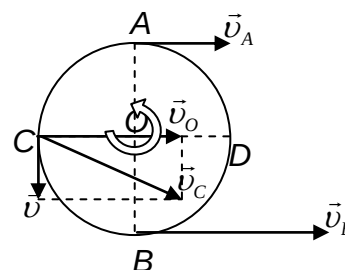
Решение

Скорость т. A относительно земли $v_A = v_O - v$.

Скорость т. B относительно земли $v_B = v_O + v$.

Решая систему уравнений, получим $v = \frac{v_B - v_A}{2} =$

$$2 \text{ м/с}, v_O = \frac{v_B + v_A}{2} = 4 \text{ м/с}.$$



Скорости т. C и т. D относительно земли $v_C = v_D = \sqrt{v_O^2 + v^2} = 4,47 \text{ м/с}$.

Разбалловка

Сделан пояснительный чертеж – 2б

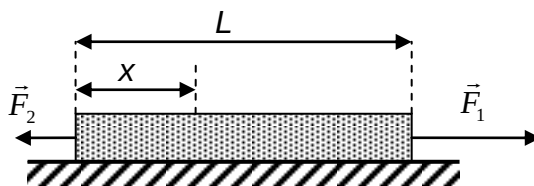
Найдена собственная скорость обруча относительно его оси – 2б

Найдена скорость оси обруча относительно земли – 2б

Указано направление вращения обруча – 2б

Найдена скорость точек C и D – 2б

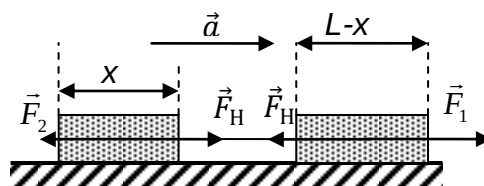
4. К стержню длиной L приложены силы F_1 и F_2 , как показано на рисунке. Найти силу натяжения стержня в сечении, находящемся на расстоянии x от его левого конца ($F_1 > F_2$).



Решение

Стержень можно представить в виде двух частей, связанных между собой нерастяжимой и невесомой нитью (рис.).

Второй закон Ньютона для части стержня длиной $(L-x)$, $F_1 - F_H = m_1 a$, где $m_1 = \frac{m}{L}(L-x)$.



Второй закон Ньютона для части стержня длиной x , $F_H - F_2 = m_2 a$, где $m_2 = \frac{m}{L} x$.

Решая систему уравнений, получим $F_H = \frac{F_2(L-x) + xF_1}{L}$.

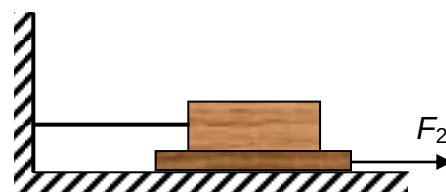
Разбалловка

Сделан правильный пояснительный чертеж – 2б

Записан второй закон ньютона для движения частей стержня – 4б

Дан правильный ответ – 4б

5. Чтобы доску массой 20 кг равномерно тащить по полу, нужно приложить силу 100 Н. На доску поставили деревянный ящик с грузом массой 80 кг. Определите: а) какую силу нужно приложить к доске, чтобы равномерно перемещать ее с ящиком; б) какую силу нужно приложить к доске, чтобы вытащить ее из-под ящика, если он будет привязан к стене (рис.). (Учесть, что отношение силы трения к силе давления есть величина постоянная).

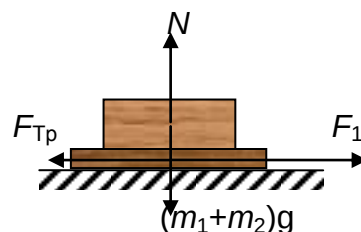


Решение

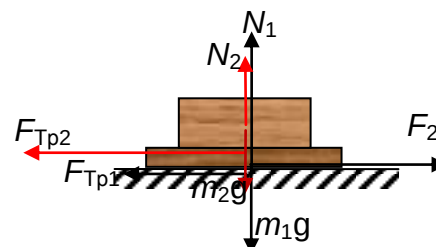
Введем коэффициент пропорциональности $\frac{F_{\text{тр}}}{F_{\text{д}}} = k$. Согласно третьему закону Ньютона $|\vec{F}_{\text{д}}| = |\vec{N}|$. Тогда $\frac{F_{\text{тр}}}{N} = k$, где $N = mg$.

При равномерном движении доски по полу $F_0 = F_{\text{тр}0}$. Тогда $k = \frac{F_0}{m_1 g} = \frac{100 \text{ Н}}{20 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2} = 0,5$.

При равномерном движении доски по полу вместе с ящиком, на доску действует сила трения только со стороны пола (рис.). $F_1 = k(m_1 + m_2)g = 0,5 \cdot (20 \text{ кг} + 80 \text{ кг}) \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 500 \text{ Н}$.



При равномерном вытаскивании доски из-под привязанного ящика, на доску действует сила трения со стороны пола и



со стороны ящика (рис.). $F_2 = F_{Tp1} + F_{Tp2} = k(m_1 + m_2)g + km_2g = 900 \text{ Н}$.

Разбалловка

Записано выражение $|\vec{F}_d| = |\vec{N}|$ - 1б

Записано выражение $\frac{F_{Tp}}{N} = k$ - 1б

Найден коэффициент пропорциональности – 1б

Выполнены пояснительные чертежи для трех движений доски – 3б

Найдена сила, приложенная к доске, в первом случае – 2б

Найдена сила, приложенная к доске, во втором случае – 2б

6. Какую работу нужно совершить, чтобы вертикально забросить камень массой m на высоту h , если средняя сила сопротивления воздуха постоянна и равна F ?

Решение

Совершенная работа идет сначала на изменение кинетической энергии камня $A = \frac{m\vartheta^2}{2}$.

Кинетическая энергия преобразуется в потенциальную, а часть ее расходуется на работу против силы сопротивления воздуха $\frac{m\vartheta^2}{2} = mgh + Fh$.

Таким образом, $A = mgh + Fh = h(mg + F)$.

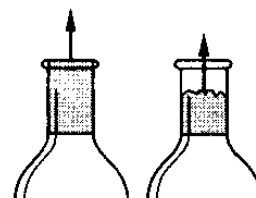
Разбалловка

Записано выражение $A = \frac{m\vartheta^2}{2}$ - 2б

Записано выражение $\frac{m\vartheta^2}{2} = mgh + Fh$ - 4б

Записано выражение $A = h(mg + F)$ – 4б

7. Для того чтобы вытащить целую пробку из бутылки (рис.), нужно совершить работу $A = 2 \text{ Дж}$.



Какую работу нужно совершить, чтобы откупорить бутылку, у которой отломилась и выкрошилась верхняя половина пробки? Пробку считать невесомой.

Разбалловка

Работа по вытаскиванию целой пробки из бутылки $A = \frac{1}{2}Fl = \frac{1}{2}F_{\text{тр}}l$, где l – длина пробки, $F_{\text{тр}}$ – максимальная сила трения покоя.

Работа по вытаскиванию половины пробки из бутылки $A_2 = \frac{F_{\text{тр}}}{2} \cdot \frac{l}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{F_{\text{тр}}}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{3}{8}F_{\text{тр}}l$.

Опираясь на выражение для работы в первом случае получим $F_{\text{тр}}l = 2A$. Тогда $A_2 = \frac{3}{8} \cdot 2A = \frac{3}{4}A = 1,5 \text{ Дж}$.

Разбалловка

Записано выражение $A = \frac{1}{2}Fl = \frac{1}{2}F_{\text{тр}}l - 2б$

Указано, что максимальная сила трения покоя, действующая на половину пробки, вдвое меньше – 2б

Записано выражение $A_2 = \frac{F_{\text{тр}}}{2} \cdot \frac{l}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{F_{\text{тр}}}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{3}{8}F_{\text{тр}}l - 2б$

Записано выражение $A_2 = \frac{3}{8} \cdot 2A = \frac{3}{4}A - 2б$

Дан правильный ответ – 2б

8. Грузовик едет со скоростью 7 м/с. Мячик массой 0,25 кг, брошенный вдогонку грузовика, ударяется абсолютно упруго в его задний борт с горизонтальной скоростью 10 м/с. Определить импульс мяча относительно Земли после удара.

Решение

Скорость мяча относительно грузовика $v = v_{\text{м1}} - v_{\text{гр}} = 4 \text{ м/с}$.

Скорость мяча относительно земли после удара $v_{\text{м2}} = v_{\text{гр}} - v = 4 \text{ м/с}$.

Импульс мяча относительно земли после удара $P = mv_{\text{м2}} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$.

Разбалловка

Найдена скорость мяча относительно грузовика – 4б

Найдена скорость мяча относительно земли после удара – 4б

Дан правильный ответ – 2б

9. Два пластилиновых шарика, масса которых отличаются в два раза, движутся по взаимно перпендикулярным направлениям навстречу друг другу с одинаковыми скоростями. Определить изменение механической энергии шаров после их абсолютно неупругого столкновения.

Решение

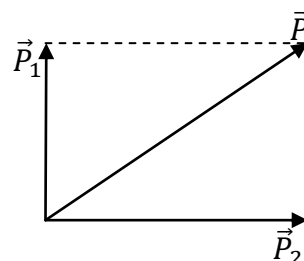
Энергия системы тел до удара $E_1 = \frac{m\vartheta^2}{2} + \frac{2m\vartheta^2}{2} = \frac{3m\vartheta^2}{2}$.

Энергия системы тел после удара $E_2 = \frac{3mu^2}{2}$, где u – скорость шаров после абсолютно неупругого взаимодействия.

Изменение энергии системы $\frac{\Delta E}{E_1} = \frac{E_2 - E_1}{E_1} = \frac{E_2}{E_1} - 1 = \frac{u^2}{\vartheta^2} - 1$.

Импульс замкнутой системы тел при любом взаимодействии сохраняется $\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}$, где $P_1 = m\vartheta$, $P_2 = 2m\vartheta$, $P = 3mu$.

Закон сохранения импульса в скалярном виде (см. рис.) $P^2 = P_1^2 + P_2^2$ или $(3mu)^2 = (m\vartheta)^2 + (2m\vartheta)^2$. Сократив массу, получим $9u^2 = \vartheta^2 + 4\vartheta^2$.



Тогда $\frac{u^2}{\vartheta^2} = \frac{5}{9}$.

Следовательно, $\frac{\Delta E}{E_1} = \frac{5}{9} - 1 = -\frac{4}{9}$, т.е. энергия системы шаров уменьшилась на 44%.

Разбалловка

Записано выражение $E_1 = \frac{m\vartheta^2}{2} + \frac{2m\vartheta^2}{2} = \frac{3m\vartheta^2}{2}$ - 1б

Записано выражение $E_2 = \frac{3mu^2}{2}$ - 1б

Записано выражение $\frac{\Delta E}{E_1} = \frac{E_2 - E_1}{E_1} = \frac{E_2}{E_1} - 1 = \frac{u^2}{\vartheta^2} - 1$ - 2б

Сделан пояснительный чертеж – 1б

Записано выражение $(3mu)^2 = (m\vartheta)^2 + (2m\vartheta)^2$ - 2б

Найдено соотношение между скоростями до и после взаимодействия – 1б

Дан правильный ответ – 2б

10. Чему будет равно ускорение через 0,25 с от начала колебаний груза, совершающего свободные колебания амплитудой 2 см на пружине, если период колебаний равен 2 с?

Решение

Согласно второму закону Ньютона $a = \frac{F}{m} = \frac{kx}{m}$, где $x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$.

Циклическая частота колебаний $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

Период колебаний груза на пружине $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$. Тогда $\frac{k}{m} = \frac{4\pi^2}{T^2}$.

Следовательно, $a = \frac{4\pi^2}{T^2} A \cos\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_0\right)$.

При начальной фазе равной нулю ускорение груза $a = \frac{4 \cdot 3,14^2}{2^2} 0,02 \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{2} 0,25 + 0\right) \approx 0,14 \text{ м/с}^2$.

Разбалловка

Записано выражение $a = \frac{F}{m} = \frac{kx}{m}$ – 1б

Записано выражение $x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$ – 1б

Записано выражение $\omega = \frac{2\pi}{T}$ – 1б

Записано выражение $\frac{k}{m} = \frac{4\pi^2}{T^2}$ – 2б

Записано выражение $a = \frac{4\pi^2}{T^2} A \cos\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_0\right)$ – 3б

Дан правильный ответ – 2б