



Шифр 03

Внесите в таблицу номера правильных ответов. В заданиях, в которых отсутствуют варианты ответов, внесите правильный ответ.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	37	-5	32	3	18	3	5	2
+	+	+	+	+	-	+	+	+	+
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
3	5	128	4	5	3	5	3		40
+	+	+	+	+	+	-	-		+

$$1. \frac{a^3 - b^3}{(a-b)^3} = \frac{(a-b)(a^2 + ab + b^2)}{(a-b)^3} = \frac{a^2 + ab + b^2}{(a-b)^2} = \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{8}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{8}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{8}} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{8}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{8}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$$

$$= \frac{\frac{1}{8} + 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{8}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} + \frac{1}{8} - \frac{1}{3} + \frac{1}{8} - 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{8}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3}}{\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{\frac{3}{8} + \frac{1}{3}}{\frac{4}{3}} = \frac{\frac{9}{24} + \frac{8}{24}}{\frac{4}{3}} = \frac{\frac{17}{24}}{\frac{4}{3}} = \frac{17}{32}$$

$\sqrt{3} \cdot \sqrt{3x} = 3\sqrt{x}$

$$2. \left(\frac{y - \sqrt[4]{xy^3}}{\sqrt{y} - \sqrt[4]{xy}} + \sqrt{x}\right)^{-1} \cdot \frac{2x+y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \left(\frac{y - \sqrt[4]{xy^3} + \sqrt{xy} - \sqrt[4]{xy^3}}{\sqrt{y} - \sqrt[4]{xy}}\right)^{-1} \cdot \frac{2x+y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$$

Так $\frac{y}{x} = 3 \Rightarrow y = 3x$

$$= \frac{\sqrt{3x} - \sqrt[4]{3x^2}}{3x - \sqrt[4]{27x^4} + \sqrt{3x^2} - \sqrt[4]{3x^4}} \cdot \frac{2x+3x}{\sqrt{x} - \sqrt{3x}} = \frac{\sqrt{3x} - \sqrt[4]{3x^2}}{\sqrt{x} - \sqrt{3x}} \cdot \frac{5x}{\sqrt{x} - \sqrt{3x}}$$

$$= \frac{5(\sqrt{3x} - \sqrt[4]{3x^2})}{-2\sqrt{3x} - \sqrt[4]{27x^4} + \sqrt[4]{81x^2 \cdot 3} - \sqrt[4]{3x^2} + \sqrt[4]{27x^2}} = \frac{5(\sqrt{3x} - \sqrt[4]{3x^2})}{-2(\sqrt{3x} - \sqrt[4]{3x^2})} = -\frac{5}{2} = -2,5$$

$$3. x^6 + 5x^3 - 6 = 0$$

Пусть $x^3 = t$, тогда

$$t^2 + 5t - 6 = 0$$

$$D = 25 + 24 = 49$$

$$t_1 = \frac{-5 + 7}{2} = 1$$

$$t_2 = \frac{-5 - 7}{2} = -6$$

Обратная замена

$$x^3 = 1 \quad x^3 = -6$$

$$x = \sqrt[3]{1} \quad x = \sqrt[3]{-6}$$

$$x = 1$$

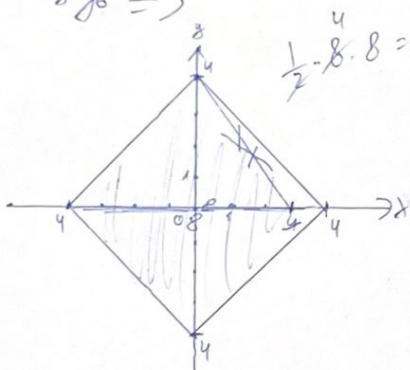
$$x_1^6 + x_2^6 = 1 + (\sqrt[3]{-6})^6 =$$

$$= 1 + 6^2 = 1 + 36 = 37$$

Ответ (37)

$$5. |x-7| + |y+11| \leq 4$$

- 7 и 11 вынесем только на
расширение, а не на
множ. =>



$$\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 = 32$$

$$S_{\text{прямог}} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 = 32$$

Ответ: 32

$$4. \frac{x(x+4)}{x-9} - \frac{1}{x-5} = \frac{5}{5-x} + \frac{2}{x-9}$$

$$\frac{x(x+4)}{2x-10-x+9} = \frac{5}{(5-x)(x-9)}$$

$$\frac{x(x+4)}{x-1} = \frac{5}{-x+1}$$

$$\frac{x(x+4)}{x-1} = \frac{5}{x-1}$$

$$\text{ОПР. } x \neq 1; x \neq 5; x \neq 9$$

$$x(x+4) = 5$$

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$D_1 = 4 + 5 = 9$$

$$x_1 = -2 + 3 = 1 \text{ не в опр. } \Rightarrow \text{ Ответ: } -5$$

$$x_2 = -2 - 3 = -5$$

Ответ (-5)

$$7. \frac{\sqrt{x^2 - 10 - 3x}}{6x - x^2 + 16} \geq 0$$

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - 10 - 3x} \geq 0 \\ 6x - x^2 + 16 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 3x - 10 \geq 0(1) \\ x^2 - 6x - 16 < 0(2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in (-\infty; -2] \cup [5; +\infty) \\ x \in (-2; 8) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in (-\infty; -2] \cup [5; +\infty) \\ x \in (-2; 8) \end{cases}$$

$$x \in [5; 8)$$

$$5 + 6 + 7 = 18$$

$$5 + 6 + 7 = 18$$

Ответ (18)

$$(1) x^2 - 3x - 10 \geq 0$$

$$D = 9 + 40 = 49$$

$$x_1 = \frac{3+7}{2} = 5$$

$$x_2 = \frac{3-7}{2} = -2$$



$$(2) x^2 - 6x - 16 < 0$$

$$D_1 = 9 + 16 = 25$$

$$x_1 = \frac{3+5}{1} = 8$$

$$x_2 = 3 - 5 = -2$$



9) $y = |x^2 - 6x + 8|$ $y = a$ (2 точки)

$x_6 = \frac{6}{2} = 3$

$y_6 = |9 - 18 + 8| = 1$

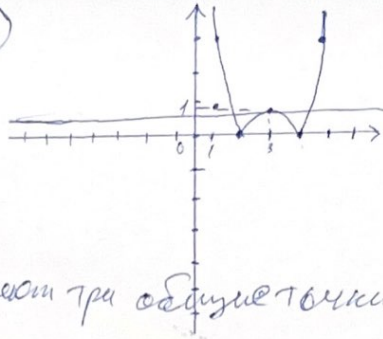


график $y = |x^2 - 6x + 8|$ и $y = a$ имеют три общие точки при $a = 1$.

Ответ: 1

10.

$$\log_6^2 3 + \frac{\log_6 18}{\log_2 6} = \log_6^2 3 + \log_6 18 \cdot \log_6 2 = \log_6^2 3 + (\log_6 3 + \log_6 6) \cdot \log_6 2 =$$

$$= \log_6^2 3 + \log_6 3 \cdot \log_6 2 + \log_6 2 = \log_6^2 3 + \log_6 3 (\log_6 3 + \log_6 2) + \log_6 2 = \log_6^2 3 + \log_6 3 (\log_6 6) + \log_6 2 =$$

$$= \log_6^2 3 + \log_6 2 = \log_6 6 = 1$$

Ответ: 1

11.

$3^{2x+1} + 27 = 82 \cdot 3^x$
 $3 \cdot 3^{2x} - 82 \cdot 3^x + 27 = 0$

Пусть $3^x = t$, тогда

$3t^2 - 82t + 27 = 0$

$$\begin{array}{r} 41 \\ \times 41 \\ \hline 164 \\ 1681 \end{array}$$

$D_1 = 1681 - 81 = 1600$

$t_1 = \frac{41 + 40}{3} = \frac{81}{3} = 27$

$t_2 = \frac{41 - 40}{3} = \frac{1}{3}$

Обратная замена

$3^x = 27 \quad 3^x = \frac{1}{3}$

$3^x = 3^3 \quad 3^x = 3^{-1}$

$x = 3 \quad x = -1$

$3 \cdot (-1) = -3$

$-3 \in (-4; -2)$

12. $x^{4 - \lg x} = 1$

Первый случай любой степени дает 1 $\Rightarrow x = 1$

II) x любое число в нулевой степени дает 1 \Rightarrow

$\Rightarrow 4 - \lg x = 0$

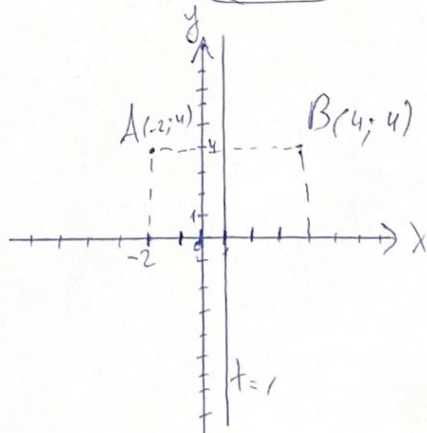
$\lg x = 4$

$x = 10^4$

$x = 10000$

$10000 + 1 \in (10001)$

15)



$x - 1 = 0$ - уравнение которое задает место точки равноудаленных от данных.

13) $(3^{\sqrt{x-5}} - 1)(4^x - 256) > 0$

$$\begin{cases} 3^{\sqrt{x-5}} - 1 > 0 \\ 4^x - 256 > 0 \end{cases} \begin{cases} 3^{\sqrt{x-5}} > 1 \\ 2^{2x} > 256 \end{cases} \begin{cases} 3^{\sqrt{x-5}} > 3^0 \\ 2^{2x} > 2^8 \end{cases} \begin{cases} \sqrt{x-5} > 0 \\ 2x > 8 \end{cases}$$

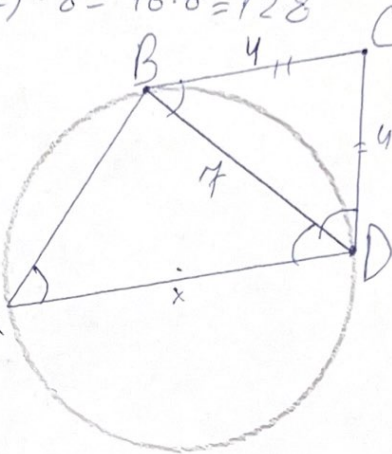
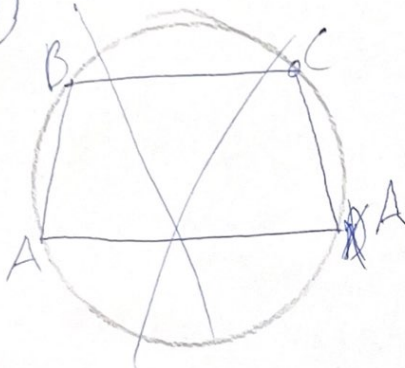
$$\begin{cases} x-5 > 0 \\ x > 4 \end{cases} \begin{cases} x > 5 \\ x > 4 \end{cases} \Rightarrow x \in (5; +\infty)$$

Наименьшее целое значение: 6

$$(3 \cdot 6 - 2)(6 + 1) = (18 - 2) \cdot 8 = 16 \cdot 8 = 128$$

Ответ: 128

14)



Дано: окружность
Трапеция ABCD
A, B и D
Окружность проходит
через A, B, и D,
BC = 4; BD = 7
~~CB = CD~~ (BC и CD касаются
окружности)

Найти: AD = ?

Решение: т.к. CB и CD - касаются окружности \Rightarrow они касательные

CB = CD (по св-ву касательных) \Rightarrow CD = 4 \Rightarrow $\triangle BCD$ - равнобедренный

$\angle CAB = \angle ADB = \angle CBD$ (как накрест лежащие)

$\angle CBD = \angle CDB$ (т.к. $\triangle BCD$ - р/бд)

По теореме об угле между касательной и хордой: $\angle BDC = \frac{1}{2} \angle BOD$

т.к. $\angle BAD$ вписан в окр $\Rightarrow \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BOD$

$$\Rightarrow \angle BAD = \angle BDC$$

$\triangle ABD \sim \triangle BCD$ (по двум углам) \Rightarrow

$$\Rightarrow \frac{4}{7} = \frac{7}{x} \quad 4x = 49 \quad x = \frac{49}{4}$$

Ответ: $\frac{49}{4}$

Шифр _____

Внесите в таблицу номера правильных ответов. В вариантах, в которых отсутствуют варианты ответов, внесите правильный ответ.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

$$\frac{1}{125} \sqrt{-\frac{x}{5} + 1} = \left(\frac{x}{5} - 1\right)^2$$

$$\frac{1}{125} \cdot \frac{\sqrt{-x+5}}{\sqrt{5}} = \frac{x^2}{25} - \frac{2x}{5} + 1$$

$$\begin{array}{r} \times 125 \\ 625 \\ \hline 125 \\ \hline 15625 \end{array}$$

$$\frac{\sqrt{-x+5}}{125\sqrt{5}} = \frac{x^2 - 10x + 25}{25} \quad | \cdot 25$$

$$\begin{array}{r} \times 125 \\ 625 \\ \hline 125 \\ \hline 3125 \end{array}$$

$$\frac{\sqrt{-x+5}}{5\sqrt{5}} = \frac{x^2 - 10x + 25}{1}$$

$$6250x^4$$

$$\sqrt{-x+5} = 5\sqrt{5}x^2 - 50\sqrt{5}x + 125\sqrt{5} \quad | \cdot \square^2$$

$$-x+5 = (5\sqrt{5}x^2 - 50\sqrt{5}x + 125\sqrt{5})(5\sqrt{5}x^2 - 50\sqrt{5}x + 125\sqrt{5})$$

$$-x+5 = 125x^4 - 1050x^3 + 3125x^2 - 1250x^3 + 12500x^2 - 31250x + 3125x^2 - 3125x + 15625$$

$$-x+5 = 125x^4 - 2500x^3 + 18750x^2 - 34375x + 15625$$

$$(125x^4 - 2500x^3 + 18750x^2 - 34375x + 15625)(x-5) = 0$$

$$(x-5)$$

16.)

$$V_{\text{конуса}} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$$

3 мес

$$36 = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3} \cdot \frac{36}{108}$$

$$a^3 \sqrt{2} = 108$$

$$a^3 = \frac{108}{\sqrt{2}}$$

$$a^3 = \frac{108 \sqrt{2}}{2}$$

$$a^3 = 54 \sqrt{2}$$

$$a = \sqrt[3]{54 \sqrt{2}}$$

$$a = \sqrt[3]{27 \cdot 2 \sqrt{2}}$$

$$a = 3 \sqrt[3]{2 \sqrt{2}}$$

$$a = 3 \sqrt[3]{\sqrt{8}}$$

$$a = 3 \cdot \sqrt[6]{2^3}$$

$$a = 3 \cdot 2^{\frac{1}{2}}$$

$$a = 3 \sqrt{2}$$

13) Ред.

$$(3^{\sqrt{x-5}} - 1) > 0$$

$$3^{\sqrt{x-5}} > 3^0$$

$$\sqrt{x-5} > 0$$

$$x > 5$$

$$(18-2)(8) = 16 \cdot 8$$

$$\begin{array}{r} x \quad 16 \\ \quad 8 \\ \hline 128 \end{array} \quad 4$$

$$56 \cdot 0,2$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ \times 0,2 \\ \hline 11,2 \end{array}$$

20)

I 56 кг 80% спирта

II x кг 30% спирта $\begin{array}{r} \times 56 \\ 0,3 \\ \hline 17,8 \end{array} \quad 4$

$$56 \cdot 0,8 = 44,8 \text{ кг спирта в I р-ре}$$

$$56 - 44,8 = 11,2 \text{ кг воды}$$

TK - вода не испаряется =>

=> количество воды в расходе одинаковое =>

$$\Rightarrow \frac{11,2}{70} \cdot 100 = 16 \text{ кг спирта во II р-ре}$$

$$16 \cdot 0,3 = 4,8 \text{ кг спирта во II р-ре}$$

$$44,8 - 4,8 = 40 \text{ кг спирта нужно испарить}$$

40

$$\begin{array}{r} 112 \overline{) 7} \\ \underline{7} \\ 0 \\ \underline{0} \\ 0 \\ \underline{0} \\ 0 \\ \underline{0} \\ 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 0,3 \\ \hline 4,8 \end{array}$$

$$18 \quad 9x^2 + 2 \cdot 3x^2 + 4 = 0 \quad \text{4 mcom}$$

$$D_1 = 1 - 9$$

$$1 - 9 > 0 \quad 1 - 9 < 0$$

$$1 > 9$$

$$a < 1$$

$$19. \quad 2 \cdot \sin x - 5 \cos x = 9 \quad | : \sin x$$

$$2 - 5 \cot x = \frac{9}{\sin x}$$

$$8. \quad \sqrt{\pi^2 - x^2} (5 + 7 \sin x - 7 \cos x - 3 \sin 2x) = 0$$

$$\sqrt{\pi^2 - x^2} = 0$$

$$\pi^2 - x^2 = 0$$

$$x^2 = \pi^2$$

$$x = \pm \pi$$

$$\pi - \pi = 0$$

$$5 + 7 \sin x - 7 \cos x - 3 \sin 2x = 0$$

$$5 + 7 \sin x - 7 \cos x - 6 \sin x \cos x = 0 \quad | : \sin x$$

$$\frac{5}{\sin x} + 7 - 7 \cos x - 6 \cos x = 0$$

$$\frac{5}{\sin x} + 7 - 13 \cos x = 0$$

$$5 + 7 \sin x - 13 \cos x \cdot \sin x = 0$$

$$\sin x (7 - 13 \cos x) + 5 = 0$$

$$\frac{\sin x}{5} = 0 \quad \frac{7 - 13 \cos x}{5} = 0$$

$$\sin x = 0$$

$$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

