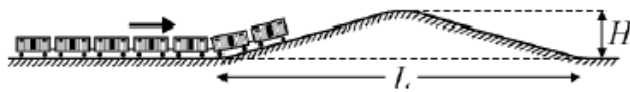


Задания, решения и критерии оценки для заключительного этапа

Акмуллинской олимпиады по физике

9 класс

Задача 1. Ученик собрал дома модель игрушечной железной дороги. На прямолинейном участке дороги он разместил «горку» высотой $H = 50$ см и длиной основания $L = 2$ м (см. рис.). Сцепив несколько одинаковых вагонов, он поставил собранный поезд на горизонтальный участок дороги и толкнул его вперед к горке с начальной скоростью $v_0 = 3$ м/с. При каком минимальном числе вагонов N_{\min} поезд сможет преодолеть горку и скатиться с другой стороны? Длина одного вагона $l = 10$ см. Силами сопротивления и длиной сцепки между вагонами можно пренебречь. Ускорение свободного падения считать равным $g = 10$ м/с².



Решение и критерии оценки. Поезд преодолеет горку, если

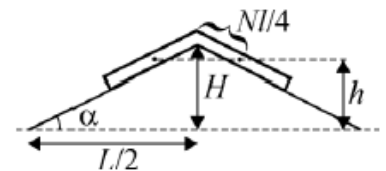
выполнено условие: $\frac{mv_0^2}{2} \geq mgh$, где m – масса поезда, h – высота

центра тяжести поезда, достигаемая в момент, когда середина

состава находится на вершине горки. Пренебрегая высотой вагона по сравнению с H и длиной вагона

по сравнению с L , получаем, что (см. рисунок) $H - h = \frac{Nl}{4} \sin \alpha$. При этом $\operatorname{tg} \alpha = 2H/L$. Объединяя

записанные выражения, получаем, что $N \geq \frac{2}{l} \left(1 - \frac{v_0^2}{2gH} \right) \sqrt{L^2 + 4H^2}$.



Ответ: $N_{\min} = \left[\frac{2}{l} \left(1 - \frac{v_0^2}{2gH} \right) \sqrt{L^2 + 4H^2} \right] + 1 = 5$, где символом [...] обозначена целая

часть числа.

Записано условие через энергию: 4 балла

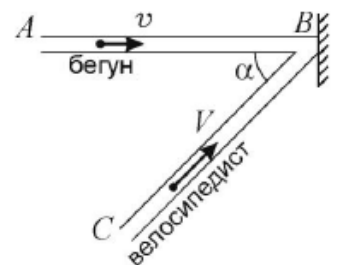
Условие переписано через геометрические соотношения: 3 балла

Получена правильная формула: 2 балла

Сделан верный расчет: 1 балл

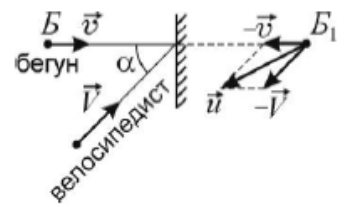
Максимальный балл: 10

Задача 2. Две прямые тропинки АВ и СВ образуют перекресток в точке В, примыкая друг к другу под углом $\alpha = 45^\circ$. На перекрестке перпендикулярно тропинке АВ установлено широкое плоское зеркало, расположенное так, что велосипедист, едущий к точке В по тропинке СВ, видит в зеркале бегуна, направляющегося к точке В по тропинке АВ. Какова скорость бегуна v , если скорость велосипедиста $V = 18$ км/час, а



изображение бегуна приближается к велосипедисту с относительной скоростью $u = V\sqrt{2}$? Ответ приведите в км/час, до одного знака после запятой.

Решение и критерии оценки. Построение изображения B_1 бегуна B представлено на рисунке. Относительно неподвижного наблюдателя это изображение движется по прямой B_1B навстречу бегуну со скоростью, модуль равен v . Используя закон сложения скоростей, находим, что



относительно велосипедиста изображение бегуна движется со скоростью $\vec{u} = -\vec{v} - \vec{V}$. По теореме косинусов имеем: $u^2 = v^2 + V^2 - 2vV \cos(\pi - \alpha)$. Учитывая, что $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$, получаем квадратное уравнение: $v^2 + 2vV \cos \alpha + V^2 - u^2 = 0$. Условию задачи удовлетворяет положительный корень $v = \sqrt{V^2 \cos^2 \alpha + u^2} - V \cos \alpha$. Так как $u = V\sqrt{2}$, это выражение преобразуется к виду: $v = (\sqrt{\cos^2 \alpha + 1} - \cos \alpha)V$. Ответ: $v = (\sqrt{\cos^2 \alpha + 1} - \cos \alpha)V = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}V \approx 9,3 \frac{\text{км}}{\text{час}}$.

Записан закон сложения скоростей: 2 балла

Записано уравнение для расчета скорости: 4 балла

Получено окончательное выражение для скорости: 3 балла

Сделан верный расчет: 1 балл

Максимальный балл: 10

Задача 3. На горизонтальном валу электродвигателя, обмотки которого имеют сопротивление $R = 20$ Ом, закреплена лёгкая нить, а к ней подвешен груз массой $m = 5$ кг. Двигатель включили в сеть постоянного тока с напряжением $U = 100$ В. С какой максимальной скоростью v_{max} двигатель сможет поднимать подвешенный груз? Модуль ускорения свободного падения считайте равным $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Трением и сопротивлением воздуха можно пренебречь.

Решение и критерии оценки. При постоянной скорости вращения ротора двигателя протекание тока по его обмотке сопровождается только выделением теплоты в ней и совершением двигателя механической работы, т.к. кинетическая энергия ротора остаётся неизменной. Потребляемая двигателем мощность равна UI , I – сила тока, текущего по обмотке. Мощность тепловых потерь по закону Джоуля-Ленца равна RI^2 . Поэтому развиваемая двигателем механическая мощность N удовлетворяет соотношению $UI = N + RI^2$. Так как N зависит от силы тока по квадратичному закону, т.е. $N = UI - RI^2$, максимум этого выражения достигается при значении силы тока, лежащем в середине интервала и равном $\left[0, \frac{U}{R}\right]$, и равном $I_0 = \frac{U}{2R}$.

Следовательно, максимальная мощность $N_{max} = U \cdot \frac{U}{2R} - R \cdot \left(\frac{U}{2R}\right)^2 = \frac{U^2}{4R}$. При постоянной скорости движения поднимаемого двигателем груза натяжение нити равно mg . Приравняв максимальную мощность двигателя мощности силы натяжения mgv , получаем, что $v_{max} = \frac{U^2}{4mgR}$. Ответ: $v_{max} =$

$$\frac{U^2}{4mgR} = 2,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Выражена связь между работой/мощностью и теплотой через закон Джоуля-Ленца: 2 балла

Получено математическое выражение условия максимума тока: 4 балла

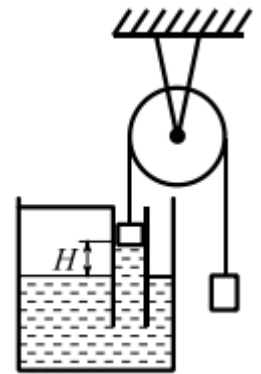
Верно выражена связь между мощностью и силой натяжения: 2 балла

Получена формула для скорости: 1 балл

Сделан верный расчет: 1 балл

Максимальный балл: 10

Задача 4. В сосуд с водой поместили трубу, прикрепив ее к сосуду так, чтобы она удерживалась в вертикальном положении (см. рис.). В трубе находится поршень площадью 8 см^2 и массой 50 г , который лежит на воде и при помощи легкой нити, перекинутой через блок, связан с грузом. Уровень воды в трубке выше на $H=10 \text{ см}$ по сравнению с уровнем воды в сосуде, и система находится в равновесии.



Ответьте на вопросы:

- 1) Чему равно давление в воде непосредственно под поршнем?
- 2) Какова масса груза?
- 3) На каком расстоянии от поверхности воды в сосуде окажется нижний край поршня, если на поршень поставить гирю массой 120 г ?

Атмосферное давление $P_0 = 100 \text{ кПа}$, плотность воды $\rho = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, $g = 10 \text{ м/с}^2$. Трением в оси блока и поршня о стенки трубы пренебречь.

Решение и критерии оценки.

$$S = 8 \text{ см}^2, m_1 = 50 \text{ г}, m = 120 \text{ г}.$$

- 1) $P_A = P_0 - \rho gh = 99 \text{ кПа}$.
- 2) Условие равновесия поршня $P_0 S + m_1 g - m_2 g = (P_0 S - \rho gh) S$. $m_2 = m_1 + \rho HS = 130 \text{ г}$.
- 3) Поршень ниже уровня воды в сосуде на H_1 . Условие равновесия поршня $(P_0 S - \rho g H_1) S + m_2 g = (m_1 + m) g + P_0 S \cdot H_1 = \frac{m_1 + m - m_2}{\rho S} = 5 \text{ см}$.

Найдено давление под поршнем: 1 балл

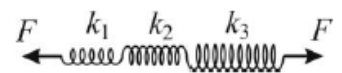
Записано условие равновесия поршня: 2 балла

Рассчитана масса груза: 3 балла

Записано условие равновесия и рассчитана масса в случае дополнительного груза: 4 балла

Максимальный балл: 10

Задача 5. Ученик решал экспериментальную задачу, в которой у него имелось три пружины, жесткости двух из которых были известны и равны соответственно $k_1 = 10 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$ и $k_2 = 20 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$, а жесткость третьей была неизвестна. В ходе эксперимента ученик соединил все три пружины последовательно и растянул получившуюся составную пружину, подействовав на каждый из ее свободных концов силой $F = 1 \text{ Н}$. Измерив полное удлинение Δl составной пружины, он нашел жесткость k_3 третьей пружины. Какое значение для k_3 он получил, если $\Delta l = 17 \text{ см}$?



Решение и критерии оценки. Используя закон Гука, запишем силы натяжения пружин в виде $F_1 = k_1 \Delta l_1, F_2 = k_2 \Delta l_2, F_3 = k_3 \Delta l_3$, где $\Delta l_1, \Delta l_2$ и Δl_3 – удлинения пружин. Условия равновесия пружин представим в виде $F = F_1, F = F_2$ и $F = F_3$. Удлинение составной пружины равно $\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3$, или $\Delta l = \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3}\right) F$. Отсюда находим, что $k_3 = \frac{F k_1 k_2}{\Delta l k_1 k_2 - F(k_1 + k_2)}$.

Ответ: $k_3 = \frac{F k_1 k_2}{\Delta l k_1 k_2 - F(k_1 + k_2)} = 50 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$.

Расписаны силы натяжения всех трех пружин по закону Гука: 3 балла

Записаны условия равновесия: 2 балла

Записано удлинение составной пружины: 2 балла

Получена формула для искомой жесткости: 2 балла

Сделан верный расчет: 1 балл

Максимальный балл: 10