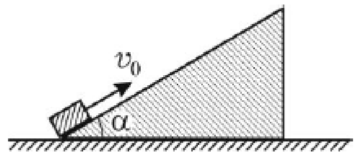
Задания, решения и критерии оценки для заключительного этапа

Акмуллинской олимпиады по физике

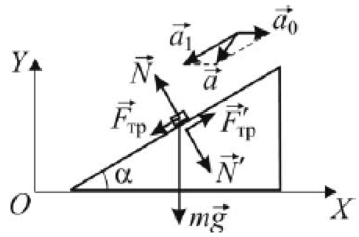
10-11 класс и СПО

Задача 1. Наклонный клин массой $M = 1$ кг с углом $\alpha = 30°$ при основании покоится на гладкой горизонтальной поверхности. Вверх по клину начинает двигаться с некоторой начальной скоростью брусок массой $m = 0{,}1$ кг. Поднявшись на высоту $h = 20$ см от своего начального положения, брусок останавливается. Найдите, какое количество теплоты выделилось в результате трения, если коэффициент трения бруска о наклонную поверхность клина $\mu = 0{,}6$. Модуль ускорения свободного падения примите равным $g = 10$ м/с^2.



Решение и критерии оценки.

Брусок и клин движутся под действием сил, изображённых на рисунке. В частности, к бруску приложены: сила тяжести mg, нормальная составляющая силы реакции клина N и сила трения $F_{тр}$. В свою очередь, брусок действует на клин с силами N' и $F_{тр}'$, причём, по третьему закону Ньютона, $N' = N$, $F_{тр}' = F_{тр}$. Обозначим через a ускорение бруска в неподвижной системе отсчёта. В соответствии с законом сложения ускорений, $a = a_0 + a_1$, где a_0 – ускорение клина, a_1 – ускорение бруска относительно клина. Применяя к бруску второй закон Ньютона, имеем: $m(a_0 + a_1) = mg + N + F_{тр}$, или, в проекциях на оси координатной системы, изображённой на рисунке, $m(a_0 - a_1\cos\alpha) = -N\sin\alpha - F_{тр}\cos\alpha$, $-ma_1\sin\alpha = -mg + N\cos\alpha - F_{тр}\sin\alpha$. Уравнение движения клина в соответствии со вторым законом Ньютона имеет вид $Ma_0 = N\sin\alpha + F_{тр}\cos\alpha$.



Учитывая, что, по закону сухого трения, модуль силы трения скольжения $F_{тр} = \mu N$, получаем следующую систему уравнений:

$$ma_1\cos\alpha - ma0 = N\sin\alpha + \mu N\cos\alpha\ ,$$

$$ma_1\sin\alpha = mg - N\cos\alpha + \mu N\sin\alpha,$$

$$Ma_0 = N\sin\alpha + \mu N\cos\alpha.$$

Решая эту систему, находим модуль силы нормального давления бруска на поверхность клина:

$$N = \frac{mg\cos\alpha}{1 + m(\sin^2\alpha + \mu\sin\alpha\cos\alpha)/M}$$

Модуль суммарной работы сил $F_{тр}$ и $F_{тр}'$ равен произведению модуля силы трения скольжения на модуль перемещения бруска относительно клина: $|A_{тр}| = \mu Nh / \sin\alpha$. Учитывая, что по закону сохранения энергии количество теплоты, выделившееся при скольжении бруска по клину, $Q = |A_{тр}|$, получаем: $Q = \frac{\mu mgh ctg\alpha}{1+m(sin^2+\mu\ sin\ \alpha\ cos\ \alpha)/M}$

Ответ: $Q = \frac{\mu mgh ctg\alpha}{1+m(sin^2+\mu\ sin\ \alpha\ cos\ \alpha)/M} \approx 0{,}2$ Дж

Правильно изображены и описаны все силы, действующие на систему: 2 балла

Записаны уравнения динамики: 3 балла

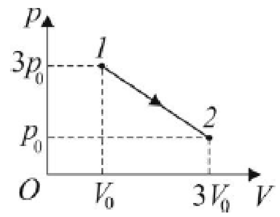
Найден модуль силы нормального давления: 2 балла

Установлена связь между работой силы трения и теплотой: 2 балла

Получен верный численный ответ: 1 балл

Максимум за задачу: 10 баллов

Задача 2. Показанная на рисунке p-V-диаграмма соответствует расширению некоторого количества аргона. Определите максимальное значение U_{max} внутренней энергии газа в процессе 1-2. Известно, что начальные значения объёма и давления газа равны V_0=0,1 м^3 в и $p_0=5*10^4$ Па соответственно.



Решение и критерии оценки.

Зависимость давления от объема в процессе 1−2 описывается линейной функцией вида $p(V) = b - kV$. По условию $p(V_0) = 3p_0$, $p(3V_0) = p_0$, или $3p_0 = b - kV_0$, $p_0 = b-3kV_0$.

Из этой системы находим, что $b = 4V_0$, $k=\frac{p_\circ}{V_\circ}$. Следовательно, $p = 4p_0 - \frac{p_\circ}{V_\circ}$. Для аргона, который можно считать одноатомным идеальным газом, $U = \frac{3}{2}pv$ и зависимость внутренней энергии от объема имеет вид $U = \frac{3}{2}(4p_\circ V-\frac{P_\circ}{V_\circ}V^2)$

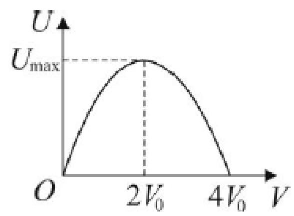


График зависимости U(V) изображен на рисунке, причем он пересекает ось абсцисс в точках $V = 0$ и $V = 4V_0$. Поэтому максимум внутренней энергии достигается при объёме аргона $V = 2V_0$. Максимальное значение U равно $U_{max} = \frac{3}{2}*4p_0V_0$

Ответ: $U_{max} = 6p_0V_0 = 30$кДж.

Записано уравнение прямой: 2 балла

Найдены коэффициенты в уравнении: 2 балла

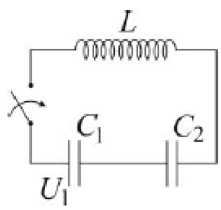
Записана формула для внутренней энергии: 2 балла

Максимум энергии найден аналитически или графически: 3 балла

Получен верный численный ответ: 1 балл

Максимум за задачу: 10 баллов

Задача 3. В электрической цепи, изображенной схематически на рисунке, конденсатор емкостью $C_1 = 2\times10^{-5}$ Ф изначально был заряжен до некоторого напряжения U_1, а конденсатор емкостью $C_2 = 10^{-6}$ Ф был полностью разряжен. После замыкания ключа в контуре начались колебания. Известно, что в процессе колебаний амплитуда напряжения на конденсаторе C_2 оказалась равной U_{2max}= 380В. До какого напряжения U_1 был заряжен конденсатор C_1 первоначально? Потерями в соединительных проводах и в катушке индуктивности можно пренебречь. Ответ округлить до целых.



Решение и критерии оценки.

После замыкания ключа в цепи возникают гармонические колебания, в процессе которых происходит периодическая перезарядка конденсаторов. В каждый момент времени суммарное напряжение на конденсаторах равно напряжению на катушке, которое, в свою очередь, опережает по фазе ток в цепи на $\frac{\pi}{2}$. В момент достижения максимального напряжения на конденсаторах ток в цепи обратится в нуль, следовательно, вся энергия будет сосредоточена в конденсаторах. При этом на конденсатор C_2 перетечет из конденсатора C_1 некоторый заряд q, а на конденсаторе C_1 останется заряд C_1U_1-q. Величину заряда q на конденсаторе C_2 можно найти из закона сохранения энергии в контуре. Поскольку в рассматриваемый момент времени магнитная энергия обращается в нуль, справедливо равенство: $\frac{1}{2}C_1U_1^2=\frac{(C_1U_1-q)^2}{2C_1}+\frac{q^2}{2C_2}$. Отсюда $q=2U_1\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}$. Учитывая, что $U_2=\frac{q}{C_2}$, получаем , что $U_{2max}=\frac{2U_1C_1}{C_1+C_2}$. Отсюда $U_1=\frac{(C_1+C_2)U_{2max}}{2C_1}$.

Ответ: $U_1=\frac{(C_1+C_2)U_{2max}}{2C_1}\approx 200$ В.

Верно описан процесс колебаний: 1 балл

Сделаны верные выводы о разности фаз между током и напряжением: 1 балл

Сформулирован закон сохранения энергии: 3 балла

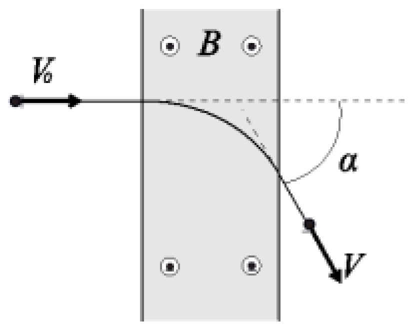
Получена формула для заряда на втором конденсаторе: 2 балла

Записана формула для напряжения: 2 балла

Получен верный численный ответ: 1 балл

Максимум за задачу: 10 баллов

Задача 4. Частица, имеющая массу $m=6{,}6\times10^{-27}$ кг и заряд $q=3.2\times10^{-19}$ Кл, пролетает область однородного магнитного поля за время, равное t = 0,1 мкс. При этом она изменяет направление своего движения на угол α = 0,32 рад (см. рис.). Начальная скорость частицы перпендикулярна границе поля и силовым линиям поля.



1) Указать с обоснованием, каким будет отношение скорости V при вылете из поля к скорости V_0 при влёте в поле

2) Вычислить индукцию магнитного поля.

Решение и критерии оценки.

1. $V/V_0 = 1$, так как сила Лоренца перпендикулярна скорости и ее работа равна нулю.

2. В поле частица движется с постоянной скоростью по дуге окружности радиусом R. При этом, дуге соответствует центральный угол, равный α. Имеем: $\frac{mV^2}{R}$ = qVB, t =$\frac{R\alpha}{V}$. Таким образом, индукция B = $\frac{m\alpha}{qt}$=0,066 Тл=66 мТл.

Найдено отношение скоростей с правильным обоснованием: 2 балла

Верно указана форма траектории частицы: 1 балл

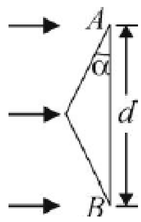
Записано уравнение движения: 4 балла

Получена формула для индукции: 2 балла

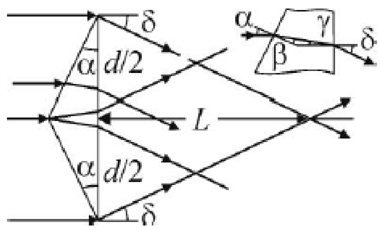
Получен верный численный ответ: 1 балл

Максимум за задачу: 10 баллов

Задача 5. Грань AB равнобедренной стеклянной призмы (см. рис.) имеет ширину d = 5 см. На призму перпендикулярно падает широкий параллельный пучок света. На каком расстоянии L от грани AB преломленный призмой свет разделится на два не перекрывающихся пучка? Показатель преломления стекла n=1,5, угол при основании призмы α=0,1 рад. При расчетах можно учесть, что для малых углов, заданных в радианах, tg α ≈ $\sin\alpha \approx \alpha$.



Решение и критерии оценки.



Каждый из лучей света, падающих на призму, преломляется дважды: на передней и задней ее гранях (см. рисунок). Закон преломления на этих гранях, записанный с учетом малости углов падения и преломления, дает следующие соотношения: $\beta = \frac{\alpha}{n}$, $\delta = n\gamma$. Поскольку $\gamma = \alpha - \beta$ получаем для угла преломления δ значение $\delta = \alpha(n-1)$. Из рисунка видно, что пучки света, преломленные призмой, перестанут перекрываться на расстоянии L, удовлетворяющем условию: L $=\frac{d}{2\,tg\,\delta} \approx \frac{d}{2\delta}$. Объединяя записанные выражения, находим, что L = $\frac{d}{2\alpha(n-1)}$.

Ответ: L = $\frac{d}{2\alpha(n-1)}$≈ 50 см.

Изображен ход лучей в призме: 4 балла

Найдена формула для искомого расстояния: 5 баллов

Получен верный численный ответ: 1 балл

Максимум за задачу: 10 баллов