

ОЛИМПИАДА 2023

очный тур

1. Найдите сумму всех двузначных натуральных чисел, каждое из которых при делении на 4 дает остаток, равный 3. (1265)
2. Найдите произведение ординат точек пересечения прямой $3x + y = 1$ и гиперболы $y = \frac{3}{3x+8}$. (3)
3. Решите уравнение $4x^2 + 12x + \frac{12}{x} + \frac{4}{x^2} = 47$. $(\frac{11 \pm \sqrt{105}}{4}; 2; \frac{1}{2})$
4. Имеется 200 г сплава, содержащего золото и серебро в отношении 2:3. Сколько граммов серебра надо добавить к этому сплаву, чтобы новый сплав содержал 80% серебра? (200)
5. Найдите сумму квадратов всех корней уравнения $x^2 - 3|x| + 1 = 0$. (14)
6. Определите площадь трапеции, если её основания равны 6 см и 11 см, одна из боковых сторон – 4 см, а сумма углов при нижнем основании равна 90° . (20,4)
7. На продолжении стороны BC параллелограмма $ABCD$ взята точка E , а отрезки AE и CD пересекаются в точке F . Пусть $AF : FE = 7 : 3$. Найдите в каком отношении делит прямая AE площадь параллелограмма $ABCD$. (7:13)
8. Школьник должен был выйти из дома в 8^{30} , сесть в ожидавшую его машину и доехать на ней до школы к определенному моменту. Однако он вышел из дома в 6^{10} и побежал в противоположном направлении. Машина в 8^{10} отправилась от дома вслед за ним и, догнав школьника, доставила его в школу с опозданием на 10 мин. Во сколько раз скорость машины превышала скорость бегущего школьника. (9)
9. При каком a в квадратном уравнении $(a^2 - 5a + 3)x^2 + (3a - 1)x + 2 = 0$ один корень в два раза больше другого? $(\frac{2}{3})$
10. Укажите наибольшее целое число K , при котором дробь $\frac{6K^2 - 7K + 20}{3K - 5}$ является также целым числом. (10)