

## ОЛИМПИАДА 2023

### очный тур

1. Найдите сумму всех двузначных натуральных чисел, каждое из которых при делении на 4 дает остаток, равный 3. (1265)
2. Найдите произведение ординат точек пересечения прямой  $3x + y = 1$  и гиперболы  $y = \frac{3}{3x+8}$ . (3)
3. Решите уравнение  $4x^2 + 12x + \frac{12}{x} + \frac{4}{x^2} = 47$ .  $(\frac{11 \pm \sqrt{105}}{4}; 2; \frac{1}{2})$
4. Имеется 200 г сплава, содержащего золото и серебро в отношении 2:3. Сколько граммов серебра надо добавить к этому сплаву, чтобы новый сплав содержал 80% серебра? (200)
5. Найдите сумму квадратов всех корней уравнения  $x^2 - 3|x| + 1 = 0$ . (14)
6. Найдите наименьший корень уравнения  $\operatorname{tg} x = \operatorname{ctg} 3x$  на промежутке  $[0; \pi]$ .  $(\frac{\pi}{8})$
7. Найдите значение выражения  $\sqrt[3]{3^{6 + \log_{1/9} 64}}$ .  $(\frac{9}{2})$
8. На продолжении стороны  $BC$  параллелограмма  $ABCD$  взята точка  $E$ , а отрезки  $AE$  и  $CD$  пересекаются в точке  $F$ . Пусть  $AF : FE = 7 : 3$ . Найдите в каком отношении делит прямая  $AE$  площадь параллелограмма  $ABCD$ . (7:13)
9. Расстояния между тремя точками сферы равны  $26\sqrt{2}$ ,  $24\sqrt{2}$  и  $10\sqrt{2}$ , а расстояние от проходящей через них плоскости до центра сферы равно  $4\sqrt{7}$ . Найдите площадь сферы. (1800 $\pi$ )
10. Школьник должен был выйти из дома в  $8^{30}$ , сесть в ожидавшую его машину и доехать на ней до школы к определенному моменту. Однако он вышел из дома в  $6^{10}$  и побежал в противоположном направлении. Машина в  $8^{10}$  отправилась от дома вслед за ним и, догнав школьника, доставила его в школу с опозданием на 10 мин. Во сколько раз скорость машины превышала скорость бегущего школьника. (9)