

ОЛИМПИАДА 2023

очный тур

1. Найдите сумму всех двузначных натуральных чисел, каждое из которых при делении на 4 дает остаток, равный 3. (1265)
2. Найдите произведение ординат точек пересечения прямой $3x + y = 1$ и гиперболы $y = \frac{3}{3x+8}$. (3)
3. Решите уравнение $4x^2 + 12x + \frac{12}{x} + \frac{4}{x^2} = 47$. $(\frac{11 \pm \sqrt{105}}{4}; 2; \frac{1}{2})$
4. Имеется 200 г сплава, содержащего золото и серебро в отношении 2:3. Сколько граммов серебра надо добавить к этому сплаву, чтобы новый сплав содержал 80% серебра? (200)
5. Найдите сумму квадратов всех корней уравнения $x^2 - 3|x| + 1 = 0$. (14)
6. Найдите наименьший корень уравнения $\operatorname{tg} x = \operatorname{ctg} 3x$ на промежутке $[0; \pi]$. $(\frac{\pi}{8})$
7. Найдите значение выражения $\sqrt[3]{3^{6 + \log_{1/9} 64}}$. $(\frac{9}{2})$
8. На продолжении стороны BC параллелограмма $ABCD$ взята точка E , а отрезки AE и CD пересекаются в точке F . Пусть $AF : FE = 7 : 3$. Найдите в каком отношении делит прямая AE площадь параллелограмма $ABCD$. (7:13)
9. Расстояния между тремя точками сферы равны $26\sqrt{2}$, $24\sqrt{2}$ и $10\sqrt{2}$, а расстояние от проходящей через них плоскости до центра сферы равно $4\sqrt{7}$. Найдите площадь сферы. (1800 π)
10. Школьник должен был выйти из дома в 8^{30} , сесть в ожидавшую его машину и доехать на ней до школы к определенному моменту. Однако он вышел из дома в 6^{10} и побежал в противоположном направлении. Машина в 8^{10} отправилась от дома вслед за ним и, догнав школьника, доставила его в школу с опозданием на 10 мин. Во сколько раз скорость машины превышала скорость бегущего школьника. (9)