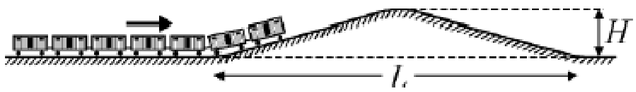
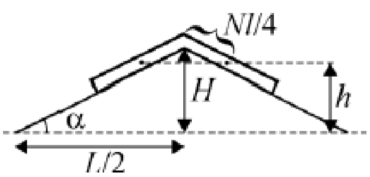
Задания, решения и критерии оценки для заключительного этапа Акмуллинской олимпиады по физике

9 класс

Задача 1. Ученик собрал дома модель игрушечной железной дороги. На прямолинейном участке дороги он разместил «горку» высотой H = 50 см и длиной основания L = 2 м (см. рис.). Сцепив несколько одинаковых вагонов, он поставил собранный поезд на горизонтальный участок дороги и толкнул его вперед к горке с начальной скоростью $v_0 = 3$ м/с. При каком минимальном числе вагонов N_{min} поезд сможет преодолеть горку и скатиться с другой стороны? Длина одного вагона l = 10 см. Силами сопротивления и длиной сцепки между вагонами можно пренебречь. Ускорение свободного падения считать равным g = 10 м/с^2.





Решение и критерии оценки. Поезд преодолеет горку, если выполнено условие: $\frac{mv_0^2}{2} \geq mgh$, где $m -$ масса поезда, $h -$ высота центра тяжести поезда, достигаемая в момент, когда середина состава находится на вершине горки. Пренебрегая высотой вагона по сравнению с H и длиной вагона по сравнению с L, получаем, что (см. рисунок) $H - h = \frac{Nl}{4}\sin\alpha$. При этом $\mathrm{tg}\,\alpha = 2H/L$. Объединяя записанные выражения, получаем, что $N \geq \frac{2}{l}\left(1 - \frac{v_0^2}{2gH}\right)\sqrt{L^2 + 4H^2}$.

Ответ: $N_{min} = \left[\frac{2}{l}\left(1 - \frac{v_0^2}{2gH}\right)\sqrt{L^2 + 4H^2}\right] + 1 = 5,$ где символом [...] обозначена целая часть числа.

Записано условие через энергию: 4 балла

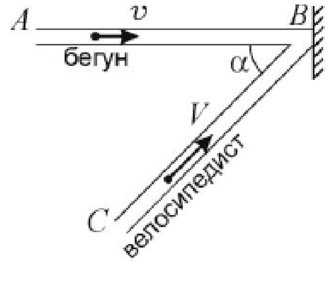
Условие переписано через геометрические соотношения: 3 балла

Получена правильная формула: 2 балла

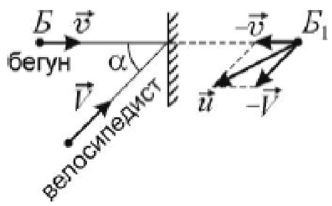
Сделан верный расчет: 1 балл

Максимальный балл: 10

Задача 2. Две прямые тропинки AB и CB образуют перекресток в точке B, примыкая друг к другу под углом $\alpha = 45^{\circ}$. На перекрестке перпендикулярно тропинке AB установлено широкое плоское зеркало, расположенное так, что велосипедист, едущий к точке B по тропинке CB, видит в зеркале бегуна, направляющегося к точке B по тропинке AB. Какова скорость бегуна v, если скорость велосипедиста $V = 18$ км/час , а изображение бегуна приближается к велосипедисту с относительной скоростью $u = V\sqrt{2}$? Ответ приведите в км/час, до одного знака после запятой.



Решение и критерии оценки. Построение изображения $Б_1$ бегуна Б представлено на рисунке. Относительно неподвижного наблюдателя это изображение движется по прямой $Б_1Б$ навстречу бегуну со скоростью, модуль равен v . Используя закон сложения скоростей, находим, что относительно велосипедиста изображение бегуна движется со скоростью $\vec{u} = -\vec{v} - \vec{V}$. По теореме косинусов имеем: $u^2 = v^2 + V^2 - 2vV\cos(\pi - \alpha)$. Учитывая, что $\cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$, получаем квадратное уравнение: $v^2 + 2vV\cos\alpha + V^2 - u^2 = 0$. Условию задачи удовлетворяет положительный корень $v = \sqrt{V^2cos^2\alpha + u^2 - V^2} - V\cos\alpha$. Так как $u = V\sqrt{2}$, это выражение преобразуется к виду: $v = \left(\sqrt{cos^2\alpha + 1} - \cos\alpha\right)V$. Ответ: $v = \left(\sqrt{cos^2\alpha + 1} - \cos\alpha\right)V = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}V \approx 9{,}3\,\frac{\text{км}}{\text{час}}$.



Записан закон сложения скоростей: 2 балла

Записано уравнение для расчета скорости: 4 балла

Получено окончательное выражение для скорости: 3 балла

Сделан верный расчет: 1 балл

Максимальный балл: 10

Задача 3. На горизонтальном валу электродвигателя, обмотки которого имеют сопротивление $R = 20$ Ом, закреплена лёгкая нить, а к ней подвешен груз массой $m = 5$ кг. Двигатель включили в сеть постоянного тока с напряжением $U = 100$В. С какой максимальной скоростью v_{max} двигатель сможет поднимать подвешенный груз? Модуль ускорения свободного падения считайте равным $g = 10\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Трением и сопротивлением воздуха можно пренебречь.

Решение и критерии оценки. При постоянной скорости вращения ротора двигателя протекание тока по его обмотке сопровождается только выделением теплоты в ней и совершением двигателя механической работы, т.к. кинетическая энергия ротора остаётся неизменной. Потребляемая двигателем мощность равна UI, $I -$ сила тока, текущего по обмотке. Мощность тепловых потерь по закону Джоуля-Ленца равна RI^2 . Поэтому развиваемая двигателем механическая мощность N удовлетворяет соотношению $UI = N + RI^2$. Так как N зависит от силы тока по квадратичному закону, т.е. $N = UI - RI^2$, максимум этого выражения достигается при значении силы тока, лежащем в середине интервала и равном $\left[0, \frac{U}{R}\right]$, и равном $I_0 = \frac{U}{2R}$. Следовательно, максимальная мощность $N_{max} = U \cdot \frac{U}{2R} - R \cdot \left(\frac{U}{2R}\right)^2 = \frac{U^2}{4R}$. При постоянной скорости движения поднимаемого двигателем груза натяжение нити равно mg. Приравнивая максимальную мощность двигателя мощности силы натяжения mgv, получаем, что $v_{max} = \frac{U^2}{4mgR}$. Ответ: $v_{max} = \frac{U^2}{4mgR} = 2{,}5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Выражена связь между работой/мощностью и теплотой через закон Джоуля-Ленца: 2 балла

Получено математическое выражение условия максимума тока: 4 балла

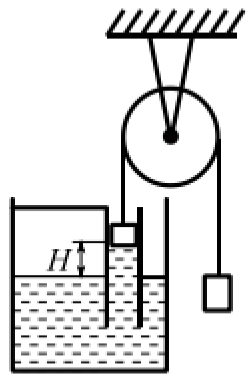
Верно выражена связь между мощностью и силой натяжения: 2 балла

Получена формула для скорости: 1 балл

Сделан верный расчет: 1 балл

Максимальный балл: 10

Задача 4. В сосуд с водой поместили трубу, прикрепив ее к сосуду так, чтобы она удерживалась в вертикальном положении (см. рис.). В трубе находится поршень площадью 8 см^2 и массой 50 г, который лежит на воде и при помощи легкой нити, перекинутой через блок, связан с грузом. Уровень воды в трубке выше на H=10 см по сравнению с уровнем воды в сосуде, и система находится в равновесии. Ответьте на вопросы:



1) Чему равно давление в воде непосредственно под поршнем?
2) Какова масса груза?
3) На каком расстоянии от поверхности воды в сосуде окажется нижний край поршня, если на поршень поставить гирю массой 120 г?

Атмосферное давление $P_0 = 100$ кПа, плотность воды $\rho = 1000\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, g = 10$ м/с^2. Трением в оси блока и поршня о стенки трубы пренебречь.

Решение и критерии оценки.

$S = 8\text{см}^2, m_1 = 50\text{ г}, m = 120\text{г}.$

1) $P_A = P_0 - \rho g h = 99$ кПа.
2) *Условие равновесия поршня* $P_0 S + m_1 g - m_2 g = (P_0 S - \rho g h)S.\ m_2 = m_1 + \rho H S = 130$ г.
3) *Поршень ниже уровня воды в сосуде на* H_1 . *Условие равновесия поршня* $(P_0 S - \rho g H_1)S + m_2 g = (m_1 + m)g + P_0 S. H_1 = \frac{m_1 + m - m_2}{\rho S} = 5$ см.

Найдено давление под поршнем: 1 балл

Записано условие равновесия поршня: 2 балла

Рассчитана масса груза: 3 балла

Записано условие равновесия и рассчитана масса в случае дополнительного груза: 4 балла

Максимальный балл: 10

Задача 5. Ученик решал экспериментальную задачу, в которой у него имелось три пружины, жесткости двух из которых были известны и равны соответственно $k_1 = 10\frac{H}{\text{м}}$ и $k_2 = 20\frac{H}{\text{м}}$, а жесткость третьей была неизвестна. В ходе эксперимента ученик соединил все три пружины последовательно и растянул получившуюся составную пружину, подействовав на каждый из ее свободных концов силой F = 1 Н. Измерив полное удлинение Δl составной пружины, он нашел жесткость k_3 третьей пружины. Какое значение для k_3 он получил, если $\Delta l = 17$ см?

Решение и критерии оценки. Используя закон Гука, запишем силы натяжения пружин в виде $F_1 = k_1\Delta l_1, F_2 = k_2\Delta l_2, F_3 = k_3\Delta l_3,$ где $\Delta l_1, \Delta l_2$ и $\Delta l_3 -$ удлинения пружин. Условия равновесия пружин представим в виде $F = F_1, F = F_2$ и $F = F_3$. Удлинение составной пружины равно $\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3$, или $\Delta l = \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3}\right)F$. Отсюда находим, что $k_3 = \frac{Fk_1k_2}{\Delta l k_1 k_2 - F(k_1+k_2)}$.

Ответ: $k_3 = \frac{Fk_1k_2}{\Delta l k_1 k_2 - F(k_1+k_2)} = 50\,\frac{\text{Н}}{\text{м}}$.

Расписаны силы натяжения всех трех пружин по закону Гука: 3 балла

Записаны условия равновесия: 2 балла

Записано удлинение составной пружины: 2 балла

Получена формула для искомой жесткости: 2 балла

Сделан верный расчет: 1 балл

Максимальный балл: 10