Задания с ответами Акмуллинской олимпиаде по математике для 10-11 классов, СПО

Критерии оценивания:
1 вопрос = 1 балл
1 правильный ответ
Максимальное количество баллов – 20 баллов

1. Если 90% числа равны $\sqrt{(9-2\sqrt{23})^2}+\sqrt{(9+2\sqrt{23})^2}$, то это число равно
   1) $\frac{38\sqrt{23}}{9}$ 2) $\frac{40\sqrt{23}}{9}$ 3) $\frac{41\sqrt{23}}{9}$ 4) $\frac{43\sqrt{23}}{9}$ 5) $\frac{44\sqrt{23}}{9}$

2. Результат упрощения выражения $\left(\frac{a^{-2}}{1+a^{-2}}-1\right):(a^2+1)^{-1}$ имеет вид
   1) a^2 2) $(a^2-1)^2$ 3) $(a^2-1)^{-2}$ 4) $-a^2$ 5) $\frac{a^2}{1-a^2}$

3. Произведение корней уравнения $(x^2-x+1)(x^2-x-1)=2$ равно
   1) $\sqrt{5}$ 2) 4 3) $-\sqrt{3}$ 4) -4 5) 5

4. Укажите наибольшее целое решение неравенства $\frac{36}{x^2-4x}\geq x^2-4x$.

5. Все решения неравенства $x^2+\sqrt{x^2}<\frac{1}{2}$ заполняют на числовой оси промежуток, длина которого равна
   1) $\sqrt{3}$ 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 3) $\sqrt{3}-1$ 4) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ 5) 1

6. Если x – корень уравнения $\sqrt[3]{1+\sqrt{x-1}}+\sqrt[3]{1-\sqrt{x-1}}=2$, то значение выражения $\frac{x}{x+2}$ равно
   1) $-\frac{1}{3}$ 2) $\frac{1}{3}$ 3) 3 4) $\frac{2}{3}$ 5) $-\frac{2}{3}$

7. Количество целочисленных решений неравенства $\sqrt{\frac{16x-28-x^2}{23}}\leq\frac{16x-28-x^2}{23}$ равно
   1) 7 2) 9 3) 13 4) другому числу
   5) бесконечно

8. Если $a=\log_3 x$ и $b=\log_x y$, то величина $\log_{(81\sqrt[3]{y})}\left(\frac{9}{x^5}\right)$ представляется в виде

1) $\frac{2-5a}{12+ab}$ 2) $\frac{6-15a}{12+ab}$ 3) $\frac{6a-15}{12a+b}$
4) другой дроби, не содержащей логарифмов и букв x, y
5) не выражается через a и b.

9. Результат вычисления выражения $\frac{3\log_6 42}{\log_{36} 6}-\frac{2\log_6 7}{\log_{216} 6}$ равен

1) 8 2) 12 3) 36 4) 7 5) 6

10. Укажите промежуток, которому принадлежит сумма корней уравнения $\left(\frac{2}{9}\right)^{x^2}\cdot\left(\frac{27}{30}\right)^{x^2}=5^{2x-3}$

1) (1,9;2,1) 2) (0,8;1,9) 3) (–1,9;–0,8) 4) (–2,1;–1,9) 5) (–2,2;–2)

11. Сумма корней уравнения $[\log_5(x+3)+\log_5(1-x)]\cdot(x^2-4)=0$ равна

1) 4 2) 2 3) – 4 4) –2 5) 6

12. Найдите количество целых решений неравенства

$\left(\sin\frac{\pi}{6}\right)^{\sqrt{5x+3}-4}\geq\left(\sin\frac{\pi}{3}\right)^{\sqrt{5x+3}-4}$. (3)

13. Укажите в градусах значение угла $\arccos(\sin 690^0)$. (120)

14. Наименьший корень уравнения tgx=ctg3x на промежутке $[0;\pi]$ равен:

1) $\frac{\pi}{8}$ 2) $\frac{7\pi}{8}$ 3) $\frac{3\pi}{8}$ 4) $\frac{3\pi}{4}$ 5) $\frac{5\pi}{8}$

15. Наибольшая площадь сечения тетраэдра ABCD плоскостью, параллельной его скрещивающимся ребрам AB=6 и CD=5, образующим между собой угол в 30^0, равна

1) $\frac{15\sqrt{3}}{2}$ 2) $15\sqrt{3}$ 3) $\frac{15}{4}$ 4) $\frac{15\sqrt{3}}{4}$ 5) $\frac{15}{8}$

16. Найдите количество точек экстремума функции $y=\frac{3x^3-2x^2+6}{3x^3}$

1) 3 2) 2 3) 1 4) 0 5) 4

17. Диагонали AC и BD четырехугольника ABCD пересекаются в точке E, CE:AE=3:1, площадь треугольника BCE равна 15 м^2, а площадь треугольника ADE втрое больше площади треугольника ABE. Найдите площадь четырехугольника ABCD. (80)

18. Диаметр основания конуса равен 12, а периметр осевого сечения равен 60. Найдите длину линии касания боковой поверхности конуса и вписанного в него шара:

1) 9π 2) 18π 3) 6π 4) $4{,}5\pi$ 5) 3π

19. Уравнение $\sqrt{24|x|-4x^2}=a$ имеет ровно два корня при a, равном:

1) $0<a<6$ 2) 6 3) $a<0$ 4) $a>6$ 5) 0

20. Имеются два слитка золота разной пробы (концентрации): первый – 20 г, второй – 30 г. От обоих слитков одновременно требуется отрезать куски по x г каждый и отрезанный кусок первого слитка сплавить с остатком второго, а кусок второго – с остатком первого. При каком значении x проба золота в слитках станет одинаковой?

1) 6 2) 10 3) 12 4) 20 5) ни при каком

ОТВЕТЫ

1. 2	2. 4	3. 3
4. 5	5. 3	6. 2
7. 2	8. 2	9. 5
10. 4	11. 3	12. 3
13. 120	14. 1	15. 3
16. 2	17. 80	18. 1
19. 2	20. 3	