МЯ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Башкирский государственный педагогический университет им. М.Акмуллы

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

АКМУЛЛИНСКАЯ ОЛИМПИАДА

по Математике

(указать название олимпиады)

Участник Шакиров Наиль Ринатович

(фамилия имя отчество)

Дата проведения олимпиады

«18» 02 2022 г.

47

$\Sigma = 14$

1	2	3	4	5	6
0	5	5	2	2	0

ЛИСТ ОТВЕТА

2. т.к $K \vdots 2n; n \in \mathbb{Z}$ и $K = 15q$ где $q \in \mathbb{Z}$ то есть K кратно 2 и 15, то $K = 30q$; где $q \in \mathbb{Z}$. По условию $-541 < K \leq 480$, то $-541 < 30q \leq 480 \Rightarrow$

$\Rightarrow -\frac{541}{30} < q \leq 16$; $-\frac{541}{30} < -\frac{540}{30} \Rightarrow -\frac{541}{30} < -18$; а т.к $q \in \mathbb{Z}$ то

$-18 \leq q \leq 16$; т.е сумма всех чисел K равна

$30\cdot(-18) + 30\cdot(-17) + 30\cdot(-16) + \ldots + 15\cdot 30 + 30\cdot 16 = 30(-18-17-16-$
$-15-14-\ldots+15+16) = 30\cdot(-18-17) = -1050$

+

Ответ:
-1050

3. $|5x - x^2 - 8| + |x-9| = x^2 - 6x + 17$; Найдем корни ур-ия $5x - x^2 - 8 \Rightarrow$
$-x^2 + 5x - 8 = 0 \Rightarrow D = \cancel{25}\ 25 - 4\cdot(-1)\cdot(-8) = 25 - 32 = -7 < 0$ т.е ур-ие не имеет корней. Значит ~~что~~ оно не меняет знак, а т.к k^2 коэф. при x^2 равен -1 то ветви направлены вниз. Т.е ур-ие $5x - x^2 - 8$ всегда < 0. Значит можем раскрыть модуль
$x^2 - 5x + 8 + |x-9| = x^2 - 6x + 17 \Rightarrow x + |x-9| = 9$.

1) $x \geq 9$
$x + x - 9 = 9 \Rightarrow 2x = 18 \Rightarrow x = 9$ (подходит)

+

2) $x < 9$
$x + 9 - x = 9 \Rightarrow 9 = 9 \Rightarrow 0 = 0$ т.е решением является
$x \in (-\infty; 9)$

Ответ:
$x \in (-\infty; 9]$

4. $\sin^2\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \sin^2\left(\frac{5}{2}x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Rightarrow \sin^2\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \sin^2\left(\frac{5}{2}x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin^2\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) +$
$+ \cos^2\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \sin^2\left(\frac{5}{2}x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos^2\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \left(\sin\left(\frac{5}{2}x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)\right)\left(\sin\left(\frac{5}{2}x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\ldots\right.$

Ответ на 1 стр. Подпись участника

$+\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)\Big) = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \sin\left(\frac{5}{2}x+\frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right) \\ \sin\left(\frac{5}{2}x+\frac{\pi}{4}\right) = -\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right) \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \sin\left(\frac{5}{2}x+\frac{\pi}{4}\right) = \cancel{\cos}\, \sin\left(2x-\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{5}{2}x+\frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(2x-\frac{\pi}{4}+\frac{3}{2}\pi\right) \end{array}\right. \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} \frac{5}{2}x+\frac{\pi}{4} = 2x+\frac{\pi}{4}+2\pi n;\ n\in\mathbb{Z} \\ \frac{5}{2}x+\frac{\pi}{4} = \pi-2x-\frac{\pi}{4}+2\pi k;\ k\in\mathbb{Z} \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} \frac{5}{2}x+\frac{\pi}{4} = 2x+\frac{5}{4}\pi+2\pi n_1;\ n_1\in\mathbb{Z} \\ \frac{5}{2}x+\frac{\pi}{4} = \pi-2x-\frac{5}{4}\pi+2\pi k_1;\ k_1\in\mathbb{Z} \end{array}\right. \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} x = 4\pi n;\ n\in\mathbb{Z} \\ x = \frac{4\pi k}{9}-\frac{\pi}{9};\ k\in\mathbb{Z} \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x = 2\pi+4\pi n_1;\ n_1\in\mathbb{Z} \\ x = \frac{4\pi k_1}{9}-\frac{\pi}{9};\ k_1\in\mathbb{Z} \end{array}\right. \end{array}\right. \Rightarrow$$

~~x = при n=0~~. при $n = 0;\ x = 0°;\ n = 1;\ x = 720° > 180°$ (не подходит)

при $K = 0;\ X = -20° < 0$ (не подходит); $K = 1;\ X = 60°;\ K = 2;\ x = 140°;\ K = 3;\ X = \frac{11\pi}{9} > 180°$

при $n_1 = -1;\ X = -360$ (не под.), $n_1 = 0;\ X = 360°$ (не подх.)

при $K_1 = 0;\ x = -\frac{\pi}{9}$ (не подх.), $K_1 = 1;\ X = 60°;\ K_2 = 2;\ x = 140,\ k = 3;\ x = \frac{11\pi}{9} > 180°$

Подходящие X:

$X = 0°;\ 60°;\ 140°;$

их сумма $S = 60° + 0° + 140° = 200°$

Ответ:

$200°$

6. $\sqrt{\frac{18x-32-x^2}{35}} \leq \frac{18x-32-x^2}{35} \Rightarrow$

ОДЗ:

$\cancel{x^2-18x+32}$

$\frac{18x-32-x^2}{35} \geq 0 \Rightarrow x\in[2;16]$

тогда $\frac{18x-32-x^2}{35} = t \Rightarrow \sqrt{t} \leq t \Rightarrow t \leq t^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow t^2 - t \geq 0 \Rightarrow t\in(-\infty;0]\cup[1;+\infty)$. Но учитывая ОДЗ: $t \geq 0$

т.е. $t\in[1;+\infty)\cup\{0\}$. Но т.к. $t = \frac{18x-32-x^2}{35}$ то $\left\{\begin{array}{l} \frac{18x-32-x^2}{35} = 0 \\ \frac{18x-32-x^2}{35} \geq 1 \\ x\in[2;16] \end{array}\right. \Rightarrow$

~~$\frac{18x-32-x^2}{35}\in[2;16]$~~

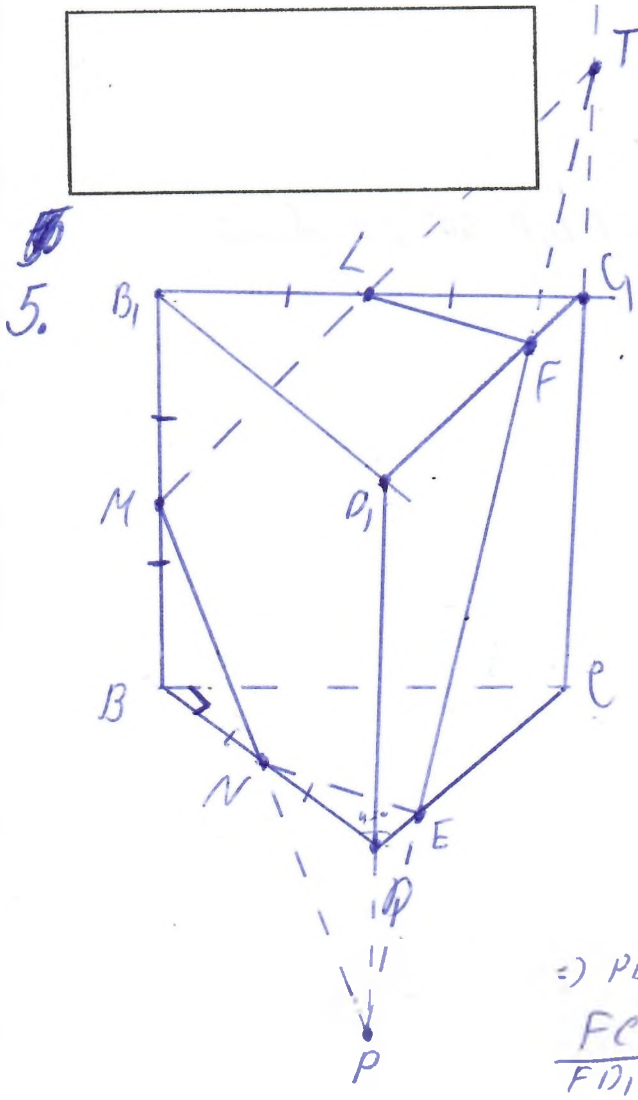
$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} x = 2;\ 16 \\ 18x-32-x^2 \geq 35 \end{array}\right. \\ x\in[2;16] \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x\in[2;16] \\ \left[\begin{array}{l} x\in[9-\sqrt{14};\ 9+\sqrt{14}] \\ x = 2;\ 16 \end{array}\right. \end{array}\right. \Rightarrow x\in[9-\sqrt{14};\ 9+\sqrt{14}]\cup\{2\}\cup\{16\}$

Ответ:

$x\in[9-\sqrt{14};\ 9+\sqrt{14}]\cup\{2\}\cup\{16\}$

ЛИСТ ОТВЕТА

5.



Решение.

$\Delta MB_1L = \Delta LC_1T$ по стороне $B_1L = LC_1$ и двум углам $\angle B_1LM = \angle TLC_1$ (как вертикальные) $\angle MB_1L = \angle TC_1L = 90^\circ$ (т.к призма прямая) аналогично $\Delta MBN = \Delta PDN$. значит $PD = TC_1 = 4$.

Тогда рассмотрим: $\Delta TC_1F \sim \Delta PD_1F$ (по двум углам ($\angle TFC_1 = \angle D_1FP$ как вертикальные, $\angle FD_1P = \angle TC_1F = 90$) значит

$\frac{TC_1}{PD_1} = \frac{FC_1}{D_1F} \Rightarrow \frac{FC_1}{FD_1} = \frac{4}{12}$ ($FD_1 = PD + DD_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow PD = 4$; $DD_1 = BB_1$ (т.к призма прямая) $= 8$) $\Rightarrow$

$\frac{FC_1}{FD_1} = \frac{1}{3} \Rightarrow$ ~~$\frac{FC_1}{8\sqrt{}}$~~ $D_1C_1 = \sqrt{B_1D_1^2 + B_1C_1^2} \Rightarrow D_1C_1 = \sqrt{64\cdot 2} = 8\sqrt{2}$

$\frac{FC_1}{8\sqrt{2} - FC_1} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3FC_1 = 8\sqrt{2} - FC_1 \Rightarrow FC_1 = 2\sqrt{2}$; $FD_1 = 6\sqrt{2}$

тогда. $S_{MLFEN} = S_{NME} + S_{MLF} + S_{EMF}$;

$S_{NME} =$ ~~$MN + NE$~~ $\frac{MN\cdot NE}{2}$; т.к. плоскости BB_1D_1 и BCD перпендикулярны и прямые MN и NE тоже перпендикулярны. аналогично с ΔMLF, т.е $S_{MLF} = \frac{ML\cdot LF}{2} \Rightarrow$

но.

$MN = \frac{1}{2}B_1D$ (средняя линия) $= 4\sqrt{2}$

~~$NE = \sqrt{\ldots}$~~ $NE^2 = ND^2 + DE^2 - 2\cdot ND\cdot DE\cos 45^\circ = 16 + 8 - 2\cdot 4\cdot 2\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = 8$

$NE = 2\sqrt{2}$; $LF = LC_1^2 + FC_1^2 - 2LF\cdot C_1F\cos 45^\circ$. т.к. $FC_1 = DE$; $LC_1 = ND$, то

$LF = NE = 2\sqrt{2}$

Ответ на 2 стр. Подпись участника ____

$ML = \frac{1}{2}BC_1$ (ср. лин) $= 4\sqrt{2}$

тогда

$ME = MF = \sqrt{ML^2 + LF^2} = 2\sqrt{10}$

$PF = \sqrt{D_1F^2 + PD_1^2} = 6\sqrt{6}$

$\Delta PD_1F \sim \Delta PDE$ по двум углам $\angle EDP = \angle FD_1P = 90^\circ$ $\angle P$ - общий

$\frac{PE}{PF} = \frac{PD}{PD_1} \Rightarrow \frac{PE}{\cancel{PF}\, 6\sqrt{6}} = \frac{4}{8} = PE = 3\sqrt{6}$;

тогда

$S_{NME} = S_{MLF} = \frac{MN \cdot NE}{2} = \frac{4\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2}}{2} = 8$

$S_{MEF} = \frac{3}{2}\sqrt{159}$

Ответ

$8 + \frac{3}{2}\sqrt{159}$.