**ЗАДАНИЕ 1**

Имеется шар массой M и радиусом R и материальная точка массой m. Во сколько раз уменьшится сила тяготения между ними, если в шаре сделать сферическую полость радиусом ? Материальная точка лежит на прямой, проведенной через центры шара и полости, на расстоянии R от центра шара и на расстоянии  от центра полости.

**ДАНО:**

M

R

M

$r=\frac{5}{6}R$

**НАЙТИ:**

$\frac{F\_{1}}{F\_{2}}-?$

**РЕШЕНИЕ:**

Сила притяжения к шару с полостью $F\_{2}$ равна разности силы притяжения к шару без полости $F\_{1}$ и силы притяжения к шару, находящемуся на месте полости $F\_{3}$:

$F\_{1}=G\frac{Mm}{R^{2}}$ ; $F\_{3}=G\frac{m\_{1}m}{(\frac{5}{6}R)^{2}},$

где $m\_{1}$ - масса шара на месте полости.

$F\_{2}=F\_{1}-F\_{3}$

$\frac{F\_{1}}{F\_{2}}=\frac{G\frac{Mm}{R^{2}}}{G\frac{Mm}{R^{2}}-G\frac{m\_{1}m}{\left(\frac{5}{6}R\right)^{2}}}=\frac{M}{M-\frac{m\_{1}36}{25}}=\frac{S\frac{4}{3}πR^{3}}{S\frac{4}{3}πR^{3}-\frac{36}{25}S\frac{4}{3}π\left(\frac{5}{6}R\right)^{3}}=\frac{1}{1-\frac{36}{25}\left(\frac{5}{6}\right)^{3}}=\frac{1}{1-\frac{5}{6}}=\frac{6}{6-5}=6$

**ОТВЕТ: 6 раз**

**ЗАДАНИЕ 2**

Из вертикальной трубки высыпается песок, причем диаметр его струи остается равным диаметру трубки. Скорость песчинок у конца трубки 1 м/с. Во сколько раз средняя плотность песка в струе на расстоянии 2,4 м от конца трубки будет меньше, чем внутри трубки у ее конца? Считать, что каждая песчинка падает свободно.

**ДАНО:**

V1 = 1 м/с

H = 2,4 м

**НАЙТИ:**

Во сколько раз средняя плотность песка в струе на расстоянии 2,4 м от конца трубки будет меньше, чем внутри трубки у ее конца?

**РЕШЕНИЕ:**

Средняя плотность песка в струе ρ может быть представлена как количество песчинок N в единице объема $∆V=S\*∆h$, где S – площадь поперечного сечения трубки, $∆h$ - элемент высоты.

$ρ= \frac{N}{S\*∆h}$ .

Если рассматривать очень малые значения $∆h$, можно считать движение песчинок на этих участках равномерным.

Скорость песчинок у конца трубки V1 =1 м/с, скорость v2 песчинок на расстоянии H=2,4 м от конца трубки найдем из кинематического уравнения $H= \frac{V\_{2}^{2}-V\_{1}^{2}}{2\*g}$ , отсюда

$V\_{2}= \sqrt{V\_{1}^{2}+2\*g\*H}= \sqrt{1^{2}+2\*10\*2,4}= \sqrt{1+48}=\sqrt{49}=7\frac{м}{с}$

Таким образом, средняя плотность песка обратно пропорциональна скорости песчинок на элементе высоты $∆h$:

$ρ= \frac{N}{S\*V\*∆t}$

Таким образом, средняя плотность песка в струе на расстоянии 2,4 м от конца трубки будет меньше в 7 раз, чем внутри трубки у ее конца.

**ОТВЕТ: меньше в 7 раз**

**ЗАДАНИЕ 3**

Две электрические цепи состоят из резисторов известным сопротивлением R и 2R и неизвестным сопротивлением r. При каком сопротивлении r сопротивления обеих цепей окажутся одинаковыми и каково при этом полное сопротивление RAB?

**ДАНО:**

R

**НАЙТИ:**

R - ?

Rобщ -?

**РЕШЕНИЕ:**



Найдем полное сопротивление обеих цепей и приравняем их:

$R+\frac{2\*R\*r}{2\*R+r}=R+\frac{2\*R\*(R+\frac{2\*R\*r}{2\*R+r})}{2\*R+R+\frac{2\*R\*r}{2\*R+r}}$

Приведя данное уравнение к общему знаменателю, приведя подобные, получим квадратное уравнение

$r^{2}-r\*R-2\*R^{2}=0$

Его решением является r = 2\*R:

$(2R)^{2}-2\*R\*R-2\*R^{2}=0$

$4R^{2}-2\*R^{2}-2\*R^{2}=0$

$4R^{2}-4R^{2}=0$

0=0 – Верно, значит r=2\*R

Используя левую или правую часть исходного уравнения, находим значение общего сопротивления цепи Rобщ = 2\*R.

**ОТВЕТ: r=2\*R; Rобщ = 2\*R**

**ЗАДАНИЕ 4**

Небольшой груз соскальзывает без начальной скорости по наклонной плоскости. Известно, что коэффициент трения между грузом и плоскостью меняется по закону: μ(x) = αx, где x - расстояние вдоль плоскости от начального положения груза. Опустившись на высоту H по вертикали, груз останавливается. Найдите максимальную скорость груза в процессе движения.



**ДАНО:**

μ(x) = αx

x - расстояние вдоль плоскости от начального положения груза.

**НАЙТИ:**

V - ?

**РЕШЕНИЕ:**

Если груз находится в точке х, то проекция равнодействующей силы на ось х равна:

$F\_{x}=m\*g\*\sin(φ)- α\*x\*m\*g\*\cos(φ)$,

Где $φ$ – угол наклона плоскости. Скорость будет максимальной когда Fx=0, в этот момент координата груза равна $x\_{0}=\frac{\tan(φ)}{α}$.

При перемещении груза на расстояние L сила трения линейно возрастает от нуля до некоторого максимального значения $α\*L\*m\*g\*\cos(φ)$. Тогда модуль работы силы трения можно найти как произведение силы $\frac{α\*L\*m\*g\*cos⁡φ}{2}$ на пройденный путь L.

Потенциальная энергия груза идёт на работу силы трения:

$m\*g\*H=\frac{α\*L^{2}\*m\*g\*\cos(φ)}{2}=\frac{α\*H^{2}\*m\*g\*\cos(φ)}{2\*sin^{2}φ}=\frac{α\*H^{2}\*m\*g\*α}{2\*sin^{2}φ\*\tan(φ)}=m\*g\*\frac{H^{2}}{2\*x\_{0}\*\sin(φ)}$

m, g, H сокращается и остаётся: $x\_{0}=\frac{H}{2\*\sin(φ)}$

Запишем закон сохранения энергии при перемещении из точки x=0 в x=x0:

$\frac{m\*g\*H}{2}=\frac{m\*ϑ^{2}}{2}+\frac{1}{2}\*m\*g\*\sin(φ)=\frac{m\*ϑ^{2}}{2}+\frac{m\*g\*H}{4}$

Откуда:

$ϑ=\sqrt{\frac{g\*H}{2}}$

**ОТВЕТ:**$ ϑ=\sqrt{\frac{g\*H}{2}}$

**ЗАДАНИЕ 6**

В калориметре с некоторым количеством воды находится электронагреватель постоянной мощности. Если включить нагреватель в сеть, а в калориметр добавлять воду температурой 00С со скоростью 1 г/с, то установившаяся температура воды в калориметре будет равна 500С. Какая температура установится в калориметре, если в него вместо воды добавлять лед температурой 00С со скоростью 0,5 г/с? Теплообменом калориметра с окружающей средой пренебречь. Удельная теплоемкость воды равна 4,2 кДж/(кг•0С), удельная теплота плавления льда 335 кДж/кг.

**НАЙТИ:**

$τ$ - ?

**РЕШЕНИЕ:**

В первом случае мощность нагревателя расходуется на нагрев доливаемой воды, во втором случае – на расплавление и нагрев добавляемого льда. Пусть µ1 – скорость изменения массы в первом случае, µ2 - скорость изменения массы в первом случае, t – установившаяся температура в первом случае, $τ$ - установившаяся температура во втором случае Тогда, учитывая, что мощность нагревателя неизменна, получим

$с\*μ\_{1}\*t=μ\_{2}(λ+c\*τ)$

Решая это уравнение относительно $τ$, получим

$τ=\frac{t-\frac{λ\*μ\_{2}}{c\*μ\_{1}}}{\frac{μ\_{2}}{μ\_{1}}}$ =20,2 °C

**ОТВЕТ:**$ τ$ **= 20,2 °C**