

Задачи 2.

Пауки *Stegodyphus pacificus*, обитающие в южной Азии, создают самую тонкую в мире паутинку. Ее диаметр 10 нм ($1 \text{ нм} = 10^{-9} \text{ м}$). Оцените длину паутинки, которую мог бы сделать такой паук массой $0,2 \text{ г}$. Масса вещества, из которого образуется паутинка, составит 10% от массы паука. Плотность паука и паутинки считай те приблизительно равными 10^3 кг/м^3 .

Решение:

Масса паутинки $M = m \cdot 10\% = 0,2 \text{ г} \cdot 0,1 = 0,02 \text{ г}$. Скорее всего, максимальной объем паутинки

$$V = \frac{M}{\rho} = \frac{0,02 \cdot 10^{-3} \text{ кг}}{10^3 \text{ кг/м}^3} = 2 \cdot 10^{-8} \text{ м}^3.$$

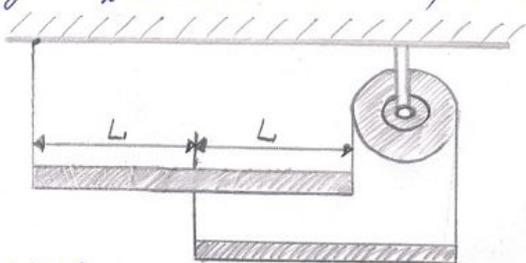
Объем паутинки равен произведению ее длины L на площадь сечения S . Для оценки площадь сечения S можно полагать равной d^2 . Тогда объем паутинки $V = L \cdot S = L d^2$, откуда ее длина оценочно

$$L = \frac{V}{d^2} = \frac{2 \cdot 10^{-8}}{(10^{-8})^2} = 2 \cdot 10^8 \text{ м} = 200000 \text{ км}.$$

Как видно, максимальная длина паутинки в пять раз превышает длину земного экватора.

Задание 4.

Система, состоящая из двух однородных стержней, трех невесомых нитей и блока, находится в равновесии. Трение в оси блока отсутствует. Все нити вертикальны. Масса верхнего стержня $m_1 = 0,5$ кг. Найдите массу m_2 нижнего стержня.



Решение:

Оба стержня находятся в равновесии, не вращаясь. И оба стержня не перемещаются, остаются в покое. Поэтому применим сначала правило моментов для каждого стержня. Поскольку стержни находятся в покое, то равнодействующая сила равна 0. Правило моментов будем расписывать для каждого конца каждого стержня:

$$-m_1 g L - T_3 L + T_2 2L = 0,$$

$$-T_2 L + m_1 g L + T_3 L = 0$$

$$-m_2 g L + T_2 2L = 0,$$

$$m_2 g L - T_3 2L = 0$$

Решая полученную систему уравнений, получаем, что все силы натяжения нитей равны (обозначим их за T).

Исключим поступательное движение каждого стержня:

$$-T - m_1 g + T + T = 0,$$

$$T + T - m_2 g = 0$$

Решая эту систему, получаем массу $m_2 = 1$ кг.

Ответ: $m_2 = 1$ кг.

Задача 1.

Турист первую треть всего времени движения шёл по грунтовой дороге со скоростью $V_1 = 2$ км/ч, затем третью часть всего пути перемещался по шоссе со скоростью V_2 . В конце второго участка пути он встретил грузовик, на котором и вернувшись в исходную точку по той же дороге. Известно, что на грузовике он ехал с постоянной скоростью V_3 . Вычислите среднюю (путевую) скорость V_0 туриста. Укажите минимальное возможное значение скорости V_2 .

Решение.

Пусть весь путь составил S км, а все затраченное время составило t часов.

Первый участок пути: скорость $V_1 = 2$ км/ч, время $t/3$ (по условию), следовательно, пройденный путь $2t/3$ км.

Второй участок пути: скорость V_2 , путь $S/3$ (по условию), следовательно, затраченное время равно $S/(3V_2)$ часов.

Последний участок пути (на грузовике): скорость V_3 , пройденный путь $2t/3 + S/3 = (2t + S)/3$ км.

Следовательно, затраченное время равно $(2t + S)/(3V_3)$ часов.

Сложим все участки пути:

$$\frac{2t}{3} + \frac{S}{3} + \frac{2t + S}{3} = S$$

$$4t + 2S = 3S$$

$$4t = S$$

$$\frac{S}{4} = 4$$

Итак, средняя скорость равна 4 км/ч.

Находим возможное значение V_2 . Поскольку первый участок (грунтовая дорога) занял треть времени, то на шоссе должно выполняться:

$$\langle \text{span} \rangle t_2 < t - t_1$$

$$t_2 < t - \frac{t}{3}$$

$$t_2 < \frac{2t}{3}$$

$$V_2 > \frac{S}{3} : \frac{2t}{3}$$

$$V_2 > \frac{S}{2t}$$

$$V_2 > 2$$

Задача 3.

Воскресенский. Это задание связано с рассмотрением растворимости пароводяного пара в воде. Для этого мы рассмотрим, как меняется температурная зависимость пароводяного пара, находящегося в равновесии при температуре $t_1 = 16^\circ\text{C}$, если изменить его. Во время выполнения задания пара растворимость не зависит от поверхности воды. После того, как раствор становится насыщенным, пузырьки перестают растворяться и вылетают на поверхность.

Если обнаружить, что пароводяной пар, выходящий при температуре $t_2 = 100^\circ\text{C}$, также «растворяется» в воде. Какую растворимость пара мы получим?

Удельная теплота парообразования пара $L = 2,3 \cdot 10^6$ Дж/кг, удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг \cdot °C).

Решение:

Пароводяной пар перестанет растворяться, когда его давление сравняется с давлением насыщенного пара воды при данной температуре, то есть когда температура пара за счет нагревания достигнет температуры пара t_2 .

Пусть масса пара оказалась конденсированной m , масса растворившегося пара M . Пар, конденсировавшийся, отдал тепло $Q = L \cdot m$, которое перешло воде.

$$Q = L \cdot m = c \cdot m \cdot (t_2 - t_1), \text{ тогда } \frac{M}{m} = \frac{L}{c \cdot (t_2 - t_1)} \approx 0,15$$

Задача 5.

В U-образную трубку налили ртуть. Затем в правое колено добавили масло, а в левое - воду. В результате оказалось, что верхние уровни воды и масла совпадают, а нижние - отличаются на $\Delta H = 4$ см.

Какой столб воды: воды или масла? Вычислите высоту столба масла. Плотность ртути $\rho_{рт} = 13,6 \text{ г/см}^3$, плотность масла $\rho_{м} = 900 \text{ кг/м}^3$, плотность воды $\rho_{в} = 1000 \text{ кг/м}^3$.

Решение.

Пусть $h_{л}$ и $h_{в}$ - высоты столбов масла и воды соответственно, а h_0 - высота одного колена. Давление на дне трубки в обоих коленах одинаково:

$$\rho_{л} g h_{л} + \rho_{рт} g (h_0 - h_{л}) = \rho_{в} g h_{в} + \rho_{рт} g (h_0 - h_{в})$$

Разделим обе части на g :

$$\rho_{л} h_{л} + \rho_{рт} (h_0 - h_{л}) = \rho_{в} h_{в} + \rho_{рт} (h_0 - h_{в})$$

Выполним преобразования. Раскроем скобки:

$$\rho_{л} h_{л} + \rho_{рт} h_0 - \rho_{рт} h_{л} = \rho_{в} h_{в} + \rho_{рт} h_0 - \rho_{рт} h_{в}$$

Упрощая, получим:

$$\rho_{л} h_{л} - \rho_{рт} h_{л} = \rho_{в} h_{в} - \rho_{рт} h_{в}$$

Далее выполним следующее преобразование. Возьмем из обеих частей равенства $\rho_{в} h_{л}$:

$$\rho_{л} h_{л} - \rho_{рт} h_{л} - \rho_{в} h_{л} = \rho_{в} h_{в} - \rho_{рт} h_{в} - \rho_{в} h_{л}$$

$$\rho_{л} h_{л} - \rho_{в} h_{л} = \rho_{в} h_{в} - \rho_{рт} h_{в} - \rho_{в} h_{л} + \rho_{рт} h_{л}$$

$$h_{л} (\rho_{л} - \rho_{в}) = (\rho_{в} - \rho_{рт}) (h_{в} - h_{л})$$

Умножим обе части полученного равенства на (-1) :

$$h_{л} (\rho_{в} - \rho_{л}) = (\rho_{рт} - \rho_{в}) (h_{в} - h_{л})$$

Так как $h_{л} > 0$, а $\rho_{л} < \rho_{в} < \rho_{рт}$, то $\Delta H = h_{в} - h_{л} > 0$, т.е. столб воды выше.

Теперь найдем высоту столба масла:

$$h_{л} = \frac{\rho_{рт} - \rho_{в}}{\rho_{в} - \rho_{л}} \Delta H = 50,4 \text{ см}$$

Ответ: 50,4 см.