

1. Отверстие в горизонтальном дне сосуда закрыто лёгким полусферическим колпачком радиусом R (см.рис.). Сосуд наполнен жидкостью плотностью ρ . Дно сосуда находится на глубине H . Найдите силу, с которой колпачок давит на дно сосуда. Ускорение свободного падения равно g . Объём шара радиусом R равен $\frac{4\pi R^3}{3}$.



2. Лёгкий самолёт может планировать с выключенным мотором с минимальной постоянной горизонтальной скоростью 150 км/ч под углом 5° к горизонту (при попытке уменьшить скорость или угол самолёт свалится в штопор). Оцените, какую минимальную силу тяги должен создавать движитель самолёта, чтобы он мог взлететь с полосы. Масса самолёта $M = 2$ тонны. Считайте, что корпус самолёта всегда параллелен направлению его скорости.
3. Школьник утром вскипятил чайник и стал его остужать, чтобы успеть попить чай до ухода в школу. Он обнаружил, что температура чайника понизилась со 100°C до 95°C за 5 минут, пока чайник стоял на столе на кухне, где температура воздуха была 20°C . Школьник решил ускорить остывание чайника, для чего засунул его в холодильник, где температура составляла 0°C . При этом температура чайника понизилась от 95°C до 90°C за 4 мин 12 сек. Решив ещё ускорить остывание, школьник выставил чайник за окно, на улицу, где температура была равна -20°C . За сколько времени чайник остынет на улице от 90°C до 85°C ?
4. Санки длиной $L = 80$ см скользят горизонтально по снегу и останавливаются, частично выехав на асфальт. Определите время торможения, если трение о снег отсутствует, а коэффициент трения об асфальт $\mu = 0,4$. Масса санок распределена по их длине равномерно.
5. Трамвай массой $m = 22,5$ т движется со скоростью $v = 36$ км/ч по горизонтальному пути. Коэффициент трения $\mu = 0,01$, напряжение в линии $U = 500$ В, общий КПД двигателя и передачи $\eta = 75\%$. Определить силу тока в моторе. С какой скоростью будет двигаться трамвай вверх по горе с уклоном $\alpha = 0,03$, потребляя ту же мощность?
6. Расстояние между двумя точечными источниками света $L = 32$ см. Где следует поместить между ними собирающую линзу с фокусным расстоянием $F = 12$ см, чтобы изображения обоих источников оказались в одной точке?

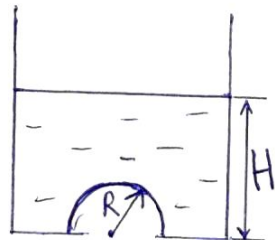
N1. Дано:

R, ρ, H, g

$$V_{\text{шара}} = \frac{4\pi R^3}{3}$$

$F = ?$

Решение:



Так как конусок маленький, то выталкивающая сила равна весу жидкости, находящейся непосредственно над конуском.

$$F = mg = \rho g V = \rho g \left(\pi R^2 H - \frac{1}{2} V_{\text{шара}} \right) = \rho g \left(\pi R^2 H - \frac{2}{3} \pi R^3 \right) = \rho g \pi R^2 \left(H - \frac{2}{3} R \right)$$

Ответ: $\rho g \pi R^2 \left(H - \frac{2}{3} R \right)$

N2. Дано:

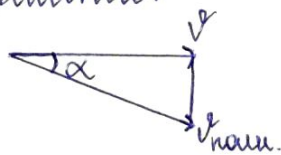
$$v = 150 \text{ км/ч}$$

$$\alpha = 5^\circ$$

$$M = 2 \text{ т}$$

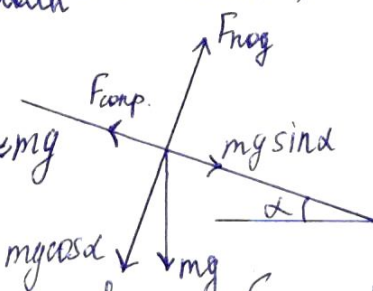
$F_{\text{тяги}} = ?$

Или: Решение:



$$v = v_{\text{гориз}} \cdot \cos \alpha = v_{\text{гориз}} \cdot 0,996 \approx v_{\text{гориз}}$$

$$F_{\text{тяги}} = mg \cdot \cos \alpha = mg \cdot 0,996 \approx mg$$



Сила сопротивления воздуха при маневрировании будет равна:

$$F_{\text{сопр}} = mg \sin \alpha = 2000 \cdot 10 \cdot 0,087 = 1740 \text{ Н}$$

1740 Н - такую силу тяги должен создавать двигатель самолета.

Ответ: 1740 Н

N3. Дано: Решение:

$$T_{01} = 20^\circ \text{C}$$

$$T_1 = 100^\circ \text{C}$$

$$T_2 = 95^\circ \text{C}$$

$$T_3 = 90^\circ \text{C}$$

$$T_4 = 85^\circ \text{C}$$

$$T_{02} = 0^\circ \text{C}$$

$$T_{03} = -20^\circ \text{C}$$

$$\Delta t_1 = 5 \text{ мин}$$

$$\Delta t_2 = 4,2 \text{ мин}$$

$\Delta t_3 = ?$

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \alpha (T_{\text{ср}} - T_0), \text{ где } T_{\text{ср}} - \text{средняя температура таблица за время остывания } \Delta t.$$

$$\alpha_1 = \frac{\Delta T_1 / \Delta t_1}{T_{\text{ср}1} - T_{01}}; \Delta T_1 = 5^\circ \text{C}, T_{\text{ср}1} = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{100^\circ \text{C} + 95^\circ \text{C}}{2} = 97,5^\circ \text{C}$$

$$\alpha_1 = \frac{5^\circ \text{C} / 5 \text{ мин}}{97,5^\circ \text{C} - 20^\circ \text{C}} \approx 0,01290 \text{ мин}^{-1}$$

$$\Delta T_2 = 5^\circ \text{C}, T_{\text{ср}2} = \frac{T_2 + T_3}{2} = \frac{95^\circ \text{C} + 90^\circ \text{C}}{2} = 92,5^\circ \text{C}$$

$$\alpha_2 = \frac{\Delta T_2 / \Delta t_2}{T_{\text{ср}2} - T_{02}} = \frac{5^\circ \text{C} / 4,2 \text{ мин}}{92,5^\circ \text{C} - 0^\circ \text{C}} \approx 0,01287 \text{ мин}^{-1}$$

$\alpha_1 \approx \alpha_2$, поэтому искомое время:

$$\Delta t_3 = \frac{T_{\text{ср}1} - T_{01}}{T_{\text{ср}2} - T_{02}} \Delta t_1 = \frac{97,5^\circ \text{C} - 20^\circ \text{C}}{92,5^\circ \text{C} - (-20^\circ \text{C})} \cdot 5 \text{ мин} \approx 3,6 \text{ мин}$$

Ответ: 3,6 мин.

№4. Дано: l : Решение:

$$L = 80 \text{ см}$$

$$0,8 \text{ м}$$

$$N = mg \frac{x}{L}$$

$$\mu = 0,4$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg \frac{x}{L}$$

$$t = ?$$

Уравнение движения санок имеет вид:

$$ma_x = -F_{\text{тр}} = -\mu mg \frac{x}{L}, \text{ или } a_x = -\frac{\mu g}{L} x$$

Это уравнение гармонических колебаний, период которых $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{\mu g}}$. Скорость убывает от максимального до нуля. При этом время будет равно четверти периода колебаний.

$$T = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{L}{\mu g}} = \frac{3,14}{2} \sqrt{\frac{0,8}{0,4 \cdot 10}} = 0,7 \text{ с}$$

Ответ: 0,7 с.

№5. Дано: l : Решение:

$$m = 22,5 \text{ Т}$$

$$22500 \text{ кг}$$

$$P = F_{\text{тр}} v = \mu mg v$$

$$v = 36 \text{ км/ч}$$

$$10 \text{ м/с}$$

$$\eta = \frac{P_{\text{пол}}}{P_{\text{зат}}}; P_{\text{зат}} = IU, \text{ тогда } P_{\text{пол}} = \eta IU$$

$$\mu = 0,01$$

$$U = 500 \text{ В}$$

$$0,75$$

$$\mu mg v = \eta IU$$

$$\eta = 75\%$$

$$I = \frac{\mu mg v}{U \eta} = \frac{0,01 \cdot 22500 \cdot 10}{500 \cdot 0,75} = 60 \text{ А}$$

$$\alpha = 0,03$$

$$I = ?$$

$$v_1 = ?$$

$$P = F_1 v_1 = v_1 (\mu mg + mg \sin \alpha)$$

При малых значениях α можно принять $\sin \alpha = \alpha$, тогда

$$P = v_1 (\mu mg + mg \alpha) = v_1 mg (\mu + \alpha)$$

По условию задачи мощность не изменялась:

$$P = v_1 \mu mg = v_1 mg (\mu + \alpha)$$

$$v_1 = \frac{\mu v}{\mu + \alpha} = \frac{0,01 \cdot 10}{0,01 + 0,03} = 2,5 \text{ м/с}$$

Ответ: 60 А; 2,5 м/с.

№6. Дано: Решение:

$$L = 32 \text{ см}$$

$$F = 12 \text{ см}$$

Решение:

Равно, что изображение одного источника будет минимальным, а другого - действительным. Пусть a_1 - расстояние от

$b_1 = b_2 = b$ - ?
 a_1 - ?
 a_2 - ?

первую источника до линзы, a_2 - от второго, b_1 - расстояние от линзы до изображения первого источника и b_2 - расстояние от линзы до изображения второго источника, тогда можем записать:

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{F} \quad \text{и} \quad \frac{1}{a_2} - \frac{1}{b_2} = \frac{1}{F}$$

Второе изображение мнимое. Выразим a_1 и a_2 :

$$a_1 = \frac{b_1 F}{b_1 - F}, \quad a_2 = \frac{b_2 F}{b_2 + F}$$

По условию $a_1 + a_2 = L$, тогда $\frac{b_1 F}{b_1 - F} + \frac{b_2 F}{b_2 + F} = L$, по условию $b_1 = b_2$:

$$b_1 = F \sqrt{\frac{L}{L - 2F}} = 12 \cdot \sqrt{\frac{32}{32 - 24}} = 24 \text{ см}$$

$$a_1 = \frac{24 \cdot 12}{24 - 12} = 24 \text{ см}; \quad a_2 = \frac{24 \cdot 12}{24 + 12} = 8 \text{ см}$$

Ответ: 24 см, 24 см, 24 см, 8 см.