

ФГБОУ ВО «БГПУ» им. М. Акмуллы
Центр развития одаренности школьников
ЗАДАНИЯ
по МАТЕМАТИКЕ
для учащихся 10 класса

1. Решить уравнение $32x^4 - 48x^3 - 10x^2 + 21x + 5 = 0$.
2. Через точку M основания AC треугольника ABC проведены прямые MN и MP , параллельные сторонам треугольника. Точки N и P пересечения этих прямых со сторонами треугольника соединены отрезком прямой. Найти площадь треугольника NBP , если площади треугольников ANM и MPC равны соответственно S_1 и S_2 .

ВЫПОЛНИЛ

Фамилия: Мухаматханова

Имя: Снежана

Отчество: Владимировна

Класс: 10

Школа: МБОУ СОШ №1

Город (село): с. Верхние Татышлы

Район: Татышлинский

Ф.И.О. учителя: Шамсетдинова Регина Абдулловна

$$N1 \quad 32x^4 - 48x^3 - 10x^2 + 21x + 5 = 0$$

Делители свободного члена 5: $\pm 1, \pm 5$

Делители 32: $\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8, \pm 16, \pm 32$

Пусть $p=5, q=32$

$$\frac{p}{q} = \pm 1, \frac{p}{q} = \pm \frac{1}{2}, \frac{p}{q} = \pm \frac{1}{4}, \frac{p}{q} = \pm \frac{1}{8}, \frac{p}{q} = \pm \frac{1}{16}, \frac{p}{q} = \pm \frac{1}{32}, \frac{p}{q} = \pm 5,$$

$$\frac{p}{q} = \pm \frac{5}{2}, \frac{p}{q} = \pm \frac{5}{4}, \frac{p}{q} = \pm \frac{5}{8}, \frac{p}{q} = \pm \frac{5}{16}, \frac{p}{q} = \pm \frac{5}{32}$$

По схеме Горнера:

x_i	коэффициенты многочлена				
	32	-48	-10	21	5
1	32	$1 \cdot 32 - 48 = -16$	$1 \cdot (-16) - 10 = -26$	$-26 \cdot 1 + 21 = -5$	$-5 \cdot 1 + 5 = 0$

Запишем, что получилось: $(x-1)(32x^3 - 16x^2 - 26x - 5) = 0$

По схеме Горнера для $32x^3 - 16x^2 - 26x - 5 = 0$:

x_i	коэффициенты многочлена			
	32	-16	-26	-5
1	32	16	-10	-15
$\frac{1}{2}$	32	0	-26	-18
$-\frac{1}{2}$	32	-32	-10	0

Получаем: $(x-1)(32x^3 - 16x^2 - 26x - 5) = (x-1)\left(x + \frac{1}{2}\right)(32x^2 - 32x - 10)$

Найдём корни квадратного уравнения $32x^2 - 32x - 10 = 0$

$$16x^2 - 16x - 5 = 0$$

$$D = 256 - 4 \cdot 16 \cdot (-5) = 576 = 24^2$$

$$x_1 = \frac{16 - 24}{32} = -\frac{1}{4}, \quad x_2 = \frac{16 + 24}{32} = \frac{5}{4}$$

$$16x^2 - 16x - 5 = \left(x + \frac{1}{4}\right)\left(x - \frac{5}{4}\right)$$

$$32x^4 - 48x^3 - 10x^2 + 21x + 5 = (x-1)\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{4}\right)\left(x - \frac{5}{4}\right)$$

$$(x-1)\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{4}\right)\left(x - \frac{5}{4}\right) = 0$$

$$x-1=0 \text{ или } x + \frac{1}{2} = 0 \text{ или } x + \frac{1}{4} = 0 \text{ или } x - \frac{5}{4} = 0$$

$$x=1$$

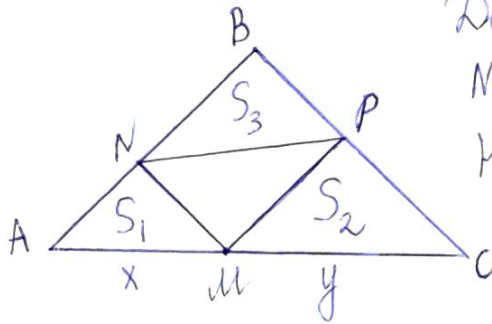
$$x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{4}$$

$$x = \frac{5}{4}$$

Ответ: $x=1, x=-\frac{1}{2}, x=-\frac{1}{4}, x=\frac{5}{4}$

N.2.



Дано: $\triangle ABC$ с основанием AC , $M \in AC$, $P \in BC$,
 $N \in AB$, $NP \parallel AB$, $NM \parallel BC$, $S_{ANM} = S_1$, $S_{MPC} = S_2$.

Найти: S_{NBP}

Решение: Пусть $S_{NBP} = S_3$, $AM = x$, $MC = y$.

$\triangle ANM \sim \triangle ABC$ и $\triangle MPC \sim \triangle ABC$ - по двум углам.

Из подобия $\triangle ANM$ и $\triangle ABC$ имеем:

$$\frac{S_1}{S} = \frac{x^2}{(x+y)^2} \cdot \frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S}} = \frac{x}{x+y}$$

Из подобия $\triangle MPC$ и $\triangle ABC$ имеем:

$$\frac{S_2}{S} = \frac{y^2}{(x+y)^2} \cdot \frac{\sqrt{S_2}}{\sqrt{S}} = \frac{y}{x+y}$$

Сложив эти два равенства, получим:

$$\frac{x^2 \sqrt{S_1} + y^2 \sqrt{S_2}}{(x+y)^2 \sqrt{S}} = \frac{x+y}{x+y}$$

$$\frac{\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2}}{\sqrt{S}} = 1; \quad S = (\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2})^2$$

$$S_3 = \frac{1}{2} S_{NBP} = \frac{1}{2} (S - S_1 - S_2) = \frac{1}{2} (S_1 + 2\sqrt{S_1 S_2} + S_2 - S_1 - S_2) = \sqrt{S_1 S_2}$$

Ответ: $\sqrt{S_1 S_2}$