

РЕШЕНИЕ
по МАТЕМАТИКЕ
для учащихся 9 класса

ВЫПОЛНИЛ

Фамилия Животов

Имя Максим

Отчество Олегович

Класс 9а

Школа МОБУ гимназия №1 муниципального района Мелеузовский район РБ

Город (село) Мелеуз

Ф.И.О. учителя Терехина Т.А.

Задача 1

Определить площадь прямоугольного треугольника, если известна гипотенуза c и сумма синусов острых углов $\sin \alpha + \sin \beta = q$.

Решение:

Пусть катеты прямоугольного треугольника равны a и b , против катета a лежит угол α , против катета b лежит угол β .

Тогда $a = c \cdot \sin \alpha$, $b = c \cdot \sin \beta$.

Сложим эти два равенства $a + b = c \cdot (\sin \alpha + \sin \beta) = cq$

Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов и по теореме Пифагора $c^2 = a^2 + b^2$.

Т.к. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, то $ab = \frac{(a+b)^2 - a^2 - b^2}{2} = \frac{(cq)^2 - c^2}{2} = \frac{c^2(q^2 - 1)}{2}$

Тогда $S = \frac{1}{2}ab = \frac{c^2(q^2 - 1)}{4}$

Ответ: $\frac{c^2(q^2 - 1)}{4}$

Задача 2

Найти сумму всех несократимых дробей со знаменателем 3, содержащихся между целыми числами m и n ($m < n$).

Решение:

Представим числа m и n в виде дроби со знаменателем 3. $m = \frac{3m}{3}$ и $n = \frac{3n}{3}$

Тогда между ними лежат дроби $\frac{3m+1}{3}, \frac{3m+2}{3}, \frac{3m+3}{3}, \dots, \frac{3n-3}{3}, \frac{3n-2}{3}, \frac{3n-1}{3}$

Эти числа образуют арифметическую прогрессию: $a_1 = m$, $d = \frac{1}{3}$.

Найдем количество ее членов k .

$$a_k = n, \quad n = m + \frac{1}{3}(k - 1), \quad k = 3(n - m) + 1.$$

Значит сумма всех дробей $S_k = \frac{m+n}{2} \cdot (3n - 3m + 1)$

В эту сумму вошли все дроби, в том числе и сократимые:

$$\frac{3m}{3}, \frac{3m+3}{3}, \frac{3m+6}{3}, \dots, \frac{3n-6}{3}, \frac{3n-3}{3}, \frac{3n}{3} \quad \text{или} \quad m, m+1, m+2, \dots, n-2, n-1, n$$

Они образуют арифметическую прогрессию $a_1 = m, d = 1$

Найдем количество ее членов t .

$$a_t = n, \quad n = m + 1(t - 1), \quad t = n - m + 1.$$

Значит сумма всех дробей $S_t = \frac{m+n}{2} \cdot (n - m + 1)$.

Тогда сумма несократимых дробей

$$S = S_k - S_t = \frac{m+n}{2} \cdot (2n - 2m) = (m + n)(n - m) = n^2 - m^2$$

Ответ: $n^2 - m^2$