ФГБОУ ВО «БГПУ» им. М. Акмуллы

Центр развития одаренности школьников

**ЗАДАНИЯ**

**по МАТЕМАТИКЕ**

**для учащихся 8 класса**

1. В равнобедренном треугольнике угол при вершине равен $20^{0}$. Доказать, что имеет место равенство $a^{3}+b^{3}=3ab^{2}$, где $a$ - основание треугольника, $b$ - боковая сторона.

Решение

Опустив высоту на основание, получаем прямоугольный треугольник с катетом (a/2) против угла в 10 градусов и гипотенузой b. Поэтому

 a/2b=sin10°

Далее, 1/2=sin30°=sin(3\*10°)=3sin10°-4sin^3\*10°

Подставим в это равенство a/(2b) вместо синуса 10 градусов:

1/2=3a/2b-4a^3/8b^3

следовательно

b^3=3ab^2-a^3;a^3+b^3=3ab^2,

что и требовалось доказать.

1. Доказать, что квадратное уравнение $a^{2}x^{2}+\left(b^{2}+a^{2}-c^{2}\right)x+b^{2}=0$ не может иметь действительных корней, если $a+b>c$ и $\left|a-b\right|<c$.

Решение

Решим квадратное уравнение

$$a^{2}x^{2}+\left(b^{2}+a^{2}-c^{2}\right)x+b^{2}=0$$

Докажем, что не имеет действительных корней

1. a + b > c 2)|a - b| < c

a + b – c > 0 - c < a – b < c

 1) a - b < c 2) a - b > -c

Найдем дискриминант данного уравнения

Д=(b ^2 + (a^2 - c^2) ) ^2 - 4a^2b^2=b^4 + 2b^2(a^2 - c^2) + (a^2 - c^2) ^2 - 4a^2b^2= b^4 + 2a^2b^2 - 2b^2c^2 + a^4 - 2a^2c^2 + c^4 - 4a^2b^2= b^4 + a^4 + c^4 + 2a^2b^2 - 2b^2c^2 - 2a^2c^2 - 4a^2b^2 (где b^4 + a^4 + c^4 + 2a^2b^2 - 2b^2c^2 - 2a^2c^2 --- формула)= (a^2 + b^2 - c^2) - 4a^2b^2=( a^2 + b^2 - c^2 – 2ab) ( a^2 + b^2 - c^2 + 2ab)= ((a - b)^2 - c^2) ((a + b)^2 - c^2)= (a - b - c) (a - b + c) (a + b - c) (a + b + c)

(Я применил формулу сокращенного умножения(a +- b)^2=а^2 +- 2аb + b^2 )

 По условию уравнение не имеет действительных корней, значит

Д<0

(a - b - c) (a - b + c) (a + b - c) (a + b + c) <0

по условию (a - b - c) <0

 (a - b + c)>0

 (a + b - c)>0

 (a + b + c)>0

Таким образом произведение имеет отрицательный знак

((-)\*(+)\*(+)\*(+))=(-)

Следовательно, квадратное уравнение не имеет действительных корней, что и требовалось доказать.

ВЫПОЛНИЛ

Фамилия Исламов

Имя Искандер

Отчество Раушанович

Класс 8б

Школа МОБУ Гимназия 2

Город (село) с. Бураево

Район Бураевский

Ф.И.О. учителя Ахметзянова Ляйсан Ахнафовна