

□ □ □ Условия 2 тура, 11 класс

1. Имеется один конденсатор емкостью $C = 10$ мкФ, заряженный до напряжения $U = 300$ В, и второй незаряженный конденсатор емкостью $2C = 20$ мкФ. Обкладки одного конденсатора соединяют попарно с обкладками другого проводами с большим постоянным сопротивлением. Какое количество теплоты выделится в проводах к тому моменту, когда сила тока в проводах уменьшится в три раза от ее максимального значения?

Решение: До соединения конденсаторов заряд первого конденсатора был равен $q = CU$. Сила тока, протекающего по проводам, максимальна в момент соединения обкладок конденсаторов и равна $\frac{U}{R}$, где R – это сопротивление проводов.

Пусть к моменту, когда сила тока в проводах уменьшается в 3 раза от максимального значения, напряжение на первом конденсаторе равно U_1 , а напряжение на втором конденсаторе равно U_2 , тогда $\frac{U_1 - U_2}{R}$, в этот момент времени заряд второго конденсатора равен $q_2 = 2CU_2$, а заряд первого конденсатора $q_1 = q - q_2 = CU_1$. Отсюда

получаем: $\frac{U}{3R} = \frac{U_1 - U_2}{R} = \frac{1}{R} * (\frac{q - q_2}{C} - \frac{q_2}{2C}) = \frac{2q - 3q_2}{2RC} = \frac{2CU - 3q_2}{2RC}$ решив это уравнение

получаем: $\frac{4}{9} CU = q_1 = \frac{5}{9} CU$ Тогда количество теплоты равно:

$$= \frac{CU^2}{2} - (\frac{q_1^2}{2C} + \frac{q_2^2}{4C}) = \frac{CU^2}{2} (1 - (\frac{25}{81} + \frac{8}{81})) = \frac{24}{81} CU^2 = 0,27 \text{ Дж}$$

Ответ: 0,27 Дж

2. По проекту в Большом Адронном Коллайдере протоны во встречных пучках будут летать, имея каждый энергию $E = 7 \text{ ТэВ} = 7 \cdot 10^{12} \text{ эВ}$. При этом скорость движения частиц всего на несколько метров в секунду меньше скорости света в вакууме. Связь между энергией E частицы и модулем ее импульса p при таких условиях выглядит очень просто: $E \approx cp$. Магнитное поле обеспечивает движение частиц по кольцу с общей длиной $L = 27 \text{ км}$. Второй закон Ньютона в виде: $\Delta p / \Delta t = F$ при таких скоростях остается справедливым. Считая кольцо круглым, оцените модуль индукции магнитного поля, перпендикулярного плоскости кольца.

Решение:

Радиус кольца коллайдера $\frac{L}{2\pi}$. При равномерном движении протона по этому кольцу за малое время Δt вектор импульса протона поворачивается на угол α изменяясь от p_1 до p_2 . При этом модуль вектора изменения импульса протона равен

$\Delta p = p \alpha$, где $p = p_1 = p_2$ — модуль импульса протона. За это же время протон проходит по дуге окружности расстояние $s = R \alpha$. Из этих формул и

Второго закона Ньютона получаем: $\frac{v}{t} = \frac{p \alpha}{\Delta t} = \frac{cp}{R} = \frac{E}{R} = \frac{2\pi E}{L} = F$ Так как протоны в

коллайдере движутся в магнитном поле и на них действует сила Лоренца, то

$$F = e c B \text{ отсюда } B = \frac{2\pi E}{e c L} = 5,4$$

Ответ: 5,4 Тл

3. Кольцо радиусом $r = 10$ см, состоящее из одного витка тонкой проволоки, равномерно вращается в постоянном однородном магнитном поле с индукцией $B = 1$ Тл, причем ось вращения лежит в плоскости кольца и перпендикулярна магнитному полю. За 1 минуту кольцо делает $\nu = 3000$ оборотов. Какое количество теплоты будет рассеяно кольцом в окружающую среду за $t = 1$ час? Омическое сопротивление проволоки кольца равно 100 Ом.

Решение:

Поток Φ вектора магнитной индукции через плоскость кольца изменяется с течением времени t по закону: $\Phi(t) = BS \cos(2\pi\nu t)$ где $S = \pi r^2$ — площадь кольца. Из-за изменения магнитного потока в кольце действует ЭДС индукции

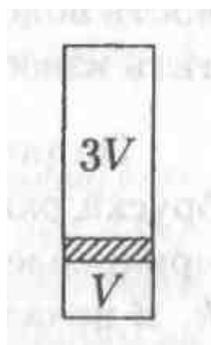
$\mathcal{E} = -\left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right) = 2\pi\nu BS \sin(2\pi\nu t)$ Следовательно в кольце протекает переменный ток, сила

которого равна $i = \frac{2\pi\nu BS}{R\sqrt{2}}$. Количество теплоты, выделяющиеся в кольце за время t ,

равно $Q = IRt = \left(\frac{2\pi^2\nu^2 B^2 S^2}{R^2}\right) Rt = \frac{2\pi^4\nu^2 B^2 r^4 t}{R} = 1750$ Дж

Ответ: 1750 Дж

4. Герметичный цилиндр, наполненный идеальным газом, установлен вертикально. Тяжелый поршень, свободно скользящий внутри цилиндра, в состоянии равновесия делит объем цилиндра на две части, относящиеся как 1:3. Массы газа под поршнем и над ним одинаковы. Каково будет соотношение объемов, если абсолютную температуру газа увеличить в три раза?



Решение: Обозначим давление в верхнем отсеке как P_1 , в нижнем P_2 . Из уравнения

Менделеева-Клапейрона выразим массу газа:
$$m_1 = \frac{\mu P_1 3V}{RT}; m_2 = \frac{\mu P_2 V}{RT}$$

По условию эти массы равны, откуда $P_2 = 3 P_1$. Разность давлений $P_2 - P_1 = 2 P_1$ создается весом поршня и эта разность всегда постоянна: $P_2 - P_1 = 2 P_1$ После нагрева газа это

рассуждение останется справедливым:
$$m_1 = \frac{\mu P'_1 V'_1}{3RT} = m_2 = \frac{\mu (P'_1 + 2P_1) V'_2}{3RT}$$
 что даёт:

$$\frac{P'_1 + 2P_1}{P'_1} = 1 + 2 \frac{P_1}{P'_1}$$

чтобы решить задачу нужно найти

$$\frac{3V}{P'_1} = \frac{P'_1 V'_1}{3T} \text{ Верхний объем}; \quad \frac{V}{P_1} = \frac{P_1 V_1}{3T} \text{ Верхний объем},$$

выразив V'_1 и V_1 и считая,

что $V'_1 + V_1 = 3V + V = 4V$ получаем:
$$\frac{P_1}{P'_1 + 2P_1} = \frac{4}{9}$$
 Пусть $\frac{P_1}{P'_1} = x$ и теперь

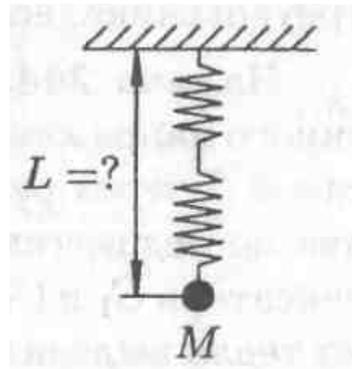
приведем уравнение к квадратному трехчлену: $x^2 + 5x - 2 = 0$ уравнение имеет только

один корень подходящий условию:
$$\frac{P_1}{P'_1} = \frac{\sqrt{97} - 5}{18} = 0,27$$
 . Теперь находим

$$= 1 + 2 \frac{P_1}{P'_1} = 1 + 2 * 0,27 = 1,54$$

Ответ: 1,54

5. Груз массой M подвешен на составной пружине, состоящей из двух разных пружин с жесткостями k_1 и k_2 и длину в недеформированном состоянии l_1 и l_2 соответственно. Определить длину составной пружины, когда груз находится в состоянии покоя, а также период вертикальных колебаний. Массой пружин пренебречь.



Решение: Когда груз свободно висит и находится в покое, обе пружины растянуты с одинаковой силой $F=Mg$. Можно вычислить удлинения обеих пружин:

$$= Mgk_1, \Delta l_2 = Mgk_2. \text{ Удлинение составной пружины является их суммой:}$$

$$= \Delta l_1 + \Delta l_2 = Mg \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right). \text{ Длина пружины в состоянии покоя}$$

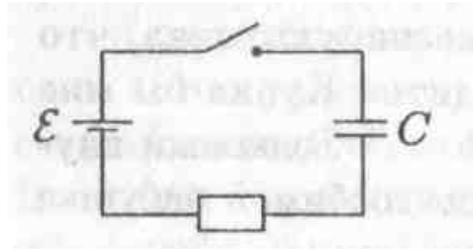
$$= (l_1 + \Delta l_1) + (l_2 + \Delta l_2) = l_1 + l_2 + Mg \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right) \text{ Если составная пружина под действием силы}$$

$F=Mg$ удлинится на величину $\Delta l_{\text{экв}}$ то её жёсткость равна $k_{\text{экв}} = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$ Период

будет равен: $T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k_{\text{экв}}}} = 2\pi \sqrt{\frac{M(k_1 + k_2)}{K_1 K_2}}$

Ответ: $T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k_{\text{экв}}}} = 2\pi \sqrt{\frac{M(k_1 + k_2)}{K_1 K_2}}$

6. На рисунке изображена электрическая цепь. Сколько тепла выделится на сопротивлении после замыкания ключа?



Решение

$$= \frac{C E^2}{2}$$

Ответ: $= \frac{C E^2}{2}$