

ФГБОУ ВО «БГПУ» им. М. Акмуллы
Центр развития одаренности школьников

ЗАДАНИЯ
по МАТЕМАТИКЕ
для учащихся 11 класса

1. Решить уравнение: $\sqrt{x + 2\sqrt{x - 1}} - \sqrt{x - 2\sqrt{x - 1}} = 2$.

2. Доказать неравенство:

$$\sqrt[3]{3 + \sqrt[3]{3}} + \sqrt[3]{3 - \sqrt[3]{3}} < 2\sqrt[3]{3}.$$

3. В окружность диаметра d вписан правильный пятиугольник. Найти площадь треугольника, сторонами которого являются две диагонали и сторона пятиугольника.

ВЫПОЛНИЛ

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Класс _____

Школа _____

Город (село) _____

Район _____

Ф.И.О. учителя _____

$$1) \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} - \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 2$$

$$\left(\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} - \sqrt{x-2\sqrt{x-1}}\right)^2 = 2$$

$$x+2\sqrt{x-1} - 2\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}\sqrt{x-2\sqrt{x-1}} + x-2\sqrt{x-1} = 4$$

$$2x - 2\sqrt{x^2 - 4(x-1)} = 4$$

$$2x - 2\sqrt{x^2 - 4x + 4} = 4$$

$$2x - 2\sqrt{(x-2)^2} = 4$$

$$2x - 2(x-2) > 4$$

$$2x - 2x + 4 = 4$$

$$4 = 4$$

$$DZ: x-1 \geq 0$$

$$x \geq 1$$

$$x-2 \geq 0$$

$x \geq 2 \Rightarrow x$ - любое число, большее или равное 2

Ответ: $x \in [2; +\infty)$

$$2) \sqrt[3]{3+\sqrt[3]{3}} + \sqrt[3]{3-\sqrt[3]{3}} < 2\sqrt[3]{3}$$

$$\sqrt[3]{3} \approx 1,44$$

$$\sqrt[3]{3+1,44} + \sqrt[3]{3-1,44} < 2 \cdot 1,44$$

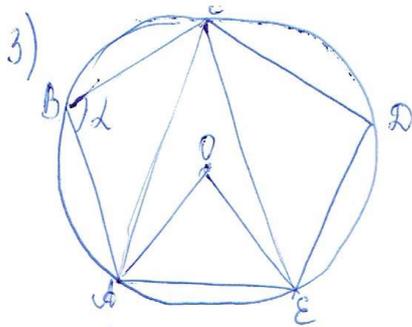
$$\sqrt[3]{4,44} + \sqrt[3]{1,66} < 2,88$$

$$\sqrt[3]{4,44} \approx 1,64$$

$$\sqrt[3]{1,66} \approx 1,18$$

$$1,64 + 1,18 < 2,88$$

$$2,82 < 2,88 \text{ н. м. г.}$$



$S_{ACE} = ?$

Ременица: $a_n = 2R \sin \frac{180}{n}$

$a_5 = 2R \cdot \sin \frac{180}{5} = 2R \sin 36^\circ$

$d_n = \frac{n-2}{n} \cdot 180^\circ$; $d_5 = \frac{5-2}{5} \cdot 180^\circ = 108^\circ$

$\angle ABC = 108^\circ$

У $\triangle ABC$ по теореме косинусов:

$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos d$

$AC^2 = 4R^2 \sin^2 36^\circ + 4R^2 \sin^2 36^\circ - 8R^2 \cos 108^\circ$

$AC^2 = 8R^2 \sin^2 36^\circ - 8R^2 \cos 108^\circ = 8R^2 (\sin^2 36^\circ - \cos 108^\circ)$

$\angle ADE$ - центральный $\angle ADE = \frac{360}{5} = 72^\circ$

$\angle ACE$ - вписанный, $\angle ACE = \frac{1}{2} \angle ADE = 36^\circ$

$S_{ACE} = \frac{1}{2} AC \cdot CE \cdot \sin \angle ACE$, $S_{ACE} = \frac{1}{2} AC^2 \cdot \sin \angle ACE$

$S_{ACE} = \frac{1}{2} 8R^2 (\sin^2 36^\circ - \cos 108^\circ) \cdot \sin 36^\circ$

$S_{ACE} = 4R^2 (\sin^2 36^\circ - \cos 108^\circ) \cdot \sin 36^\circ$

$R = \frac{d}{2} \Rightarrow S_{ACE} = 4R^2 \cdot \frac{d^2}{4} (\sin^2 36^\circ - \cos 108^\circ) \cdot \sin 36^\circ = d^2 (\sin^2 36^\circ - \cos 108^\circ) \cdot \sin 36^\circ$

Ответ: $S_{ACE} = d^2 (\sin^2 36^\circ - \cos 108^\circ) \cdot \sin 36^\circ$

