ФГБОУ ВО «БГПУ» им. М. Акмуллы

Центр развития одаренности школьников

**ЗАДАНИЯ**

**по МАТЕМАТИКЕ**

**для учащихся 10 класса**

1. Доказать, что $43^{43}-17^{17}$ делится на 10.

Доказательство:

1 способ: последние цифры: 3\*3=9 и 7\*7=49, последняя девятка. А 9-9=0, значит, число делится на 10

2 способ: по теореме Эйлера $43^{4}$=1(mod10), значит $43^{40}$=1(mod10), значит $43^{43}$=$43^{3}$ (mod10) или $43^{43}$=$3^{3}$=27=7(mod10). По этой же теореме $17^{4}$=1(mod10), т.е. $17^{16}$=1(mod10) или $17^{17}$=17=7(mod10). Значит$43^{43}$ = $17^{17}$(mod10).

1. Решить уравнение:$ x^{4}-22x^{2}-5x+2=0$.

 Решение:

 $x^{4}+2=x(22x+5)$

$$ x(x^{3 }-22x-5)+2=0$$

$$ (x^{2 }-5x+1)(x^{2 }+5x+2)=0$$

 *Решим отдельно каждое квадратное уравнение:*

$$ x^{2}-5x+1=0$$

 *D=b²-4ac=25-4\*1\*1=21 (D>0, значит 2 корня)*

$$ x\_{1}=\frac{-b+\sqrt{b^{2}-4ac}}{2a}=\frac{5+\sqrt{21}}{2}$$

$$ x\_{2}=\frac{-b-\sqrt{b^{2}-4ac}}{2a}=\frac{5-\sqrt{21}}{2}$$

$$ x^{2}+5x+2=0$$

 *D=b²-4ac=25-4\*1\*2=17 ((D>0, значит 2 корня)*

$$ x\_{1}=\frac{-b+\sqrt{b^{2}-4ac}}{2a}=\frac{-5+\sqrt{17}}{2}$$

$$ x\_{2}=\frac{-b-\sqrt{b^{2}-4ac}}{2a}=\frac{-5-\sqrt{17}}{2}$$

 *Ответ: x=*$\frac{5+\sqrt{21}}{2};$$\frac{5-\sqrt{21}}{2};\frac{-5+\sqrt{17}}{2};\frac{-5-\sqrt{17}}{2}$

3.Найти вес и пробу сплава серебра с медью, зная, что сплавив его с 3 кг чистого серебра, получат сплав 900-й пробы, а сплавив его с 2 кг сплава 900-й пробы, получат сплав 840-й пробы.

 Решение: Пусть x кг – масса сплава, y% - серебра в сплаве, тогда

(y: 100) · x = 0,01xy (кг) – серебра в сплаве,

(x + 3) кг – нового первого сплава,

(0,01xy + 3) кг – серебра в новом первом сплаве.

Т.к. серебра в новом первом сплаве 90%, составим уравнение:

0,01xy + 3 = 0,9(x + 3).

(x + 2) кг – масса второго сплава,

2 кг сплава 900-й пробы будут содержать 0,9 · 2 = 1,8 (кг) серебра, тогда

(0,01xy + 1,8) кг – масса серебра во втором сплаве.

Т.к. серебра во втором сплаве 84%, составим уравнение:

0,01xy + 1,8 = 0,84(x + 2).

Получаем систему уравнений:

0,01xy + 3 = 0,9(x + 3)

0,01xy + 1,8 = 0,84(x + 2)

(0,01xy -0,01xy) + 3-1,8 = 0,9(x + 3) - 0,84(x + 2)

1,2=0,9x+ 2,7 – 0,84x -1,68

-0,9x+ 0,84x=-1,2+2,7-1,68

-0,06x =-0,18

**x=3**

0,01\*3y + 3 = 0,9\*6

0,03y=-3+5,4

0,03y =2,4

 **y= 80**

Ответ: 3 кг 800-ой пробы





ВЫПОЛНИЛА

Фамилия\_Ахметшина\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Имя\_\_Рамиля\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Отчество\_Рамилевна\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Класс\_10\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Школа\_№1\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Город (село)\_Буздяк\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Район\_Буздякский\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Ф.И.О. учителя\_Гайнанова Ирина Рамилевна