

ФГБОУ ВО «БГПУ» им. М. Акмуллы
Центр развития одаренности школьников

ЗАДАНИЯ
по МАТЕМАТИКЕ
для учащихся 10 класса

1. Доказать, что $43^{43} - 17^{17}$ делится на 10.
2. Решить уравнение:
$$x^4 - 22x^2 - 5x + 2 = 0.$$
3. Найти вес и пробу сплава серебра с медью, зная, что сплавив его с 3 кг чистого серебра, получают сплав 900-й пробы, а сплавив его с 2 кг сплава 900-й пробы, получают сплав 840-й пробы.

ВЫПОЛНИЛ

Фамилия _____ Мухаматханова _____
Имя _____ Снежана _____
Отчество _____ Владимировна _____
Класс _____ 10 _____
Школа _____ МБОУ СОШ №1 _____
Город (село) _____ Верхние Татышлы _____
Район _____ Татышлинский _____
Ф.И.О. учителя _____ Шамсетдинова Регина Абдулловна _____

N1. 43^{43} . Рассмотрим 3 в различных степенях: $3^1=3, 3^2=9, 3^3=27, 3^4=81, 3^5=243, 3^6=729$ и т.д.

Заметим, что последняя цифра в степени повторяется с периодом 4.

$$\frac{43}{4} = 10 \text{ (ост. 3)}, \text{ поэтому } 43^{43} \text{ заканчивается на } 7$$

17^{17} . Рассмотрим 7 в различных степенях: $7^1=7, 7^2=49, 7^3=343, 7^4=2401, 7^5=16807$.

Последняя цифра повторяется с периодом 4.

$$\frac{17}{4} = 4 \text{ (ост. 1)}, 17^{17} \text{ заканчивается на } 7.$$

Соответственно последняя цифра $(43^{43} - 17^{17}) = \dots 0$, $\Rightarrow$ оно делится на 10, и т.д.

N2. $x^4 - 22x^2 - 5x + 2 = 0$

$$(x^2 - 5x + 1)(x^2 + 5x + 2) = 0$$

$$x^2 - 5x + 1 = 0$$

или

$$x^2 + 5x + 2 = 0$$

$$D = 25 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 21, \sqrt{D} = \sqrt{21}$$

$$D = 25 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 17, \sqrt{D} = \sqrt{17}$$

$$x_1 = \frac{5 - \sqrt{21}}{2}; x_2 = \frac{5 + \sqrt{21}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-5 - \sqrt{17}}{2}; x_2 = \frac{-5 + \sqrt{17}}{2}$$

Ответ: $\frac{5 - \sqrt{21}}{2}; \frac{5 + \sqrt{21}}{2}; \frac{-5 - \sqrt{17}}{2}; \frac{-5 + \sqrt{17}}{2}$

N3. Пусть x - вес, y - проба исленской слитка.

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} 0,9(x+3) = 0,001yx + 3 \\ 0,84(x+2) = 0,001yx + 0,9 \cdot 2 \end{cases}$$

$$0,9x + 2,7 - 0,001yx - 3 = 0,84x - 1,68 + 0,001yx + 1,8 = 0$$

$$0,9x - 0,84x + 2,7 - 3 - 1,68 + 1,8 = 0$$

$$0,06x = 0,18$$

$$x = 3$$

3 кг - вес

$$y = \frac{0,9x + 2,7 - 3}{0,001x}$$

$$y = \frac{0,9 \cdot 3 - 0,3}{0,001 \cdot 3} = \frac{2,4}{0,003} = 800$$

800 - проба.

Ответ: 3 м, 800 - проба.