

ЗАДАНИЯ
по МАТЕМАТИКЕ
для учащихся 9 класса

ВЫПОЛНИЛ

Фамилия **Животов**

Имя **Максим**

Отчество **Олегович**

Класс **9**

Школа **МОБУ гимназия №1 муниципального района Мелеузовский район РБ город (село) г.Мелеуз**

Район **Мелеузовский**

Ф.И.О. учителя **Терехина Т.А.**

1. Выразить величину $u = \frac{x_1^6 x_2^4 + x_1^4 x_2^6}{x_1^4 + x_2^4}$ через коэффициенты уравнения $x^2 + px + q = 0$, если x_1 и x_2 есть его корни.

Решение:

Т.к. x_1 и x_2 корни уравнения $x^2 + px + q = 0$, то $x_1 \cdot x_2 = q$, $x_1 + x_2 = -p$.

$$x_1^4 x_2^4 = (x_1 x_2)^4 = q^4$$

$$(x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + 2x_1 x_2 + x_2^2 \rightarrow x_1^2 + x_2^2 = (-p)^2 - 2q = p^2 - 2q$$

$$(x_1^2 + x_2^2)^2 = x_1^4 + 2x_1^2 x_2^2 + x_2^4 \rightarrow x_1^4 + x_2^4 = (p^2 - 2q)^2 - 2q^2 = p^4 - 2qp^2 + 2q^2$$

$$u = \frac{x_1^6 x_2^4 + x_1^4 x_2^6}{x_1^4 + x_2^4} = \frac{x_1^4 x_2^4 (x_1^2 + x_2^2)}{x_1^4 + x_2^4} = \frac{q^4 (p^2 - 2q)}{p^4 - 2qp^2 + 2q^2}$$

Ответ: $u = \frac{q^4(p^2 - 2q)}{p^4 - 2qp^2 + 2q^2}$

2. Найти действительные корни уравнения:

$$(x - 3)^4 + (x - 2)^4 = 17.$$

Решение:

Пусть $x - 2 = a$, тогда $x - 3 = a - 1$.

$$(a - 1)^4 + a^4 = 17$$

$$a^4 - 4a^3 + 6a^2 - 4a + 1 + a^4 = 17$$

$$2a^4 - 4a^3 + 6a^2 - 4a - 16 = 0$$

$$a^4 - 2a^3 + 3a^2 - 2a - 8 = 0$$

Для разложения на множители многочлена воспользуемся схемой Горнера. Если уравнение имеет целые корни, то они являются делителями свободного члена.

	1	-2	3	-2	-8
1	1	-1	2	0	-8
-1	1	-3	6	-8	0
2	1	-1	4	0	

$$a^4 - 2a^3 + 3a^2 - 2a - 8 = (a + 1)(a - 2)(a^2 - a + 4)$$

$$(a + 1)(a - 2)(a^2 - a + 4) = 0$$

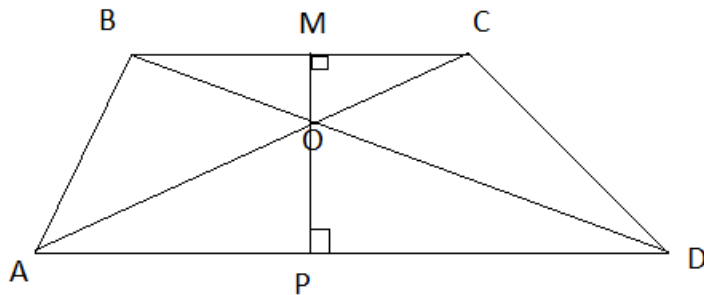
$$\begin{cases} a + 1 = 0 \\ a - 2 = 0 \\ a^2 - a + 4 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 2 \end{cases}$$

Выполним обратную замену.

$$\begin{cases} x - 2 = -1 \\ x - 2 = 2, \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 1, \\ x = 4. \end{cases}$$

Ответ: 1; 4.

3. В трапеции $ABCD$ стороны BC и AD параллельны, O – точка пересечения диагоналей. Найти площадь трапеции, если площади треугольников AOD и BOC равны соответственно p^2 и q^2 .



Решение:

$$\triangle BOC \sim \triangle DOA \Rightarrow$$

$$\frac{S_{\triangle BOC}}{S_{\triangle DOA}} = \frac{q^2}{p^2}; \quad k = \frac{q}{p}$$

Из подобия треугольников следует пропорциональность соответственных элементов:

$$\frac{OM}{OP} = \frac{BC}{AD} = \frac{q}{p}$$

Пусть высота $OM = x$, тогда

$$OP = \frac{xp}{q}$$

Тогда высота трапеции равна

$$MP = MO + OP = x + \frac{xp}{q} = \frac{x(q + p)}{q}$$

$$S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} BC \cdot OM = \frac{1}{2} BC \cdot x, \quad 2q^2 = BC \cdot x, \quad BC = \frac{2q^2}{x}$$

$$\text{Тогда } AD = \frac{BC \cdot p}{q} = \frac{2q^2 p}{xq} = \frac{2qp}{x}$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} (BC + AD) \cdot MP = \frac{1}{2} \left(\frac{2q^2}{x} + \frac{2qp}{x} \right) \cdot \frac{x(q + p)}{q} = (q + p)^2$$

Ответ: $(q + p)^2$