ФГБОУ ВО «БГПУ» им. М. Акмуллы

Центр развития одаренности школьников

**ЗАДАНИЯ**

**по МАТЕМАТИКЕ**

**для учащихся 7 класса**

1. Доказать, что при любом целом *k* выражение $k^{4}+3k^{3}-k^{2}-3k$ делится на 6.
2. Решить уравнение $x^{2}-y^{2}=221$ в натуральных числах.
3. Имеются 10 мешочков монет. В девяти мешочках монеты настоящие (весят по 10 гр), а в одном мешочке все монеты фальшивые (весят по 11 гр). Одним взвешиванием определить, в каком мешке фальшивые монеты.

ВЫПОЛНИЛА

Хисматуллина

Анастасия

Алексеевна

Класс 7 Б

МБОУ СОШ №7

Город Туймазы

Туймазинский район

Миронова Д.М

Решение:

1. Признак делимости на 6: Целое число делится на 6 делится только тогда, когда это число делится на 2 и на 3.

Упростим выражение:

$$k^{4}+3k^{3}-k^{2}-3k=k^{3}\left(k+3\right)-k\left(k+3\right)=\left(k+3\right)\left(k^{3}-k\right)=\left(k+3\right)k\left(k^{2}-1\right)=k(k+3)(k-1)(k+1)$$

Видно, что $k-1, k, k+1$ являются последовательными натуральными числами, а исходя из этого, по крайней мере, одно из них чётное и обязательно одно из них делится на 3, следовательно, их произведение кратно 6. А при умножении любого числа на число кратное 6, произведение тоже будет кратно 6. Поэтому при любом целом *k* выражение $k^{4}+3k^{3}-k^{2}-3k$ делится на 6.

1. Решим уравнение

$$x^{2}-y^{2}=221$$

$$\left(x-y\right)\left(x+y\right)=221$$

Так как произведение равно простому числу 221, то больший множитель равен 221, а меньший – 1. Итак,  *x – y* = 1,  *x + y* = 221.

Выразим из первого уравнения *x:*

$$x=1+y$$

и добавим во второе уравнение:

1+*y*+*y*=221.

Решим это уравнение:

1+2*y*=221

2*y*=221-1

*y*=220:2

*y*=110.

Теперь подставив в $x=1+y$ вместо y число 110, получим, что *x*=111.

Ответ*: x*=111, *y*=110.

3.Надо положить на весы: из первого мешочка 1 монету, из второго две, из третьего - три монеты и т.д до десятого мешочка, т.е. всего 55 монет, если бы они все весели по 10 грамм то это был бы вес 550 грамм, но так как фальшивая монета весит 11 грамм, то если общий вес будет 551 грамм - значит фальшивые монеты в первом мешке, если общий вес будет 552 грамма значит во втором и т.д. Т.е. таким образом можно определить, в каком мешочке будет фальшивая монета.