

ФГБОУ ВО «БГПУ» им. М. Акмуллы
Центр развития одаренности школьников
ЗАДАНИЯ
по МАТЕМАТИКЕ
для учащихся 7 класса

1. Доказать, что при любом целом k выражение $k^4 + 3k^3 - k^2 - 3k$ делится на 6.
2. Решить уравнение $x^2 - y^2 = 221$ в натуральных числах.
3. Имеются 10 мешочков монет. В девяти мешочках монеты настоящие (весят по 10 гр), а в одном мешочке все монеты фальшивые (весят по 11 гр). Одним взвешиванием определить, в каком мешке фальшивые монеты.

ВЫПОЛНИЛ

Фамилия Самигуллина

Имя Миляуша

Отчество Дамировна

Класс 7

Школа МОБУ СОШ №2

Город (село) с. Буздяк

Район Буздякский

Ф.И.О. учителя Чанышева Роза Хамитовна

1. Для решения данной задачи требуется выражение разложить на множители. Мы получаем:

$$(k^4 + 3k^3) - (k^2 + 3k) = k^3(k+3) - k(k+3) = (k+3)(k^3 - k) = (k+3)(k^2 - 1) = k(k+3)(k-1)(k+1)$$

После этого мы подставляем в выражение числа. Например:

$$k=1 \rightarrow 1 \cdot 4 \cdot 0 \cdot 2 = 0 \quad \times$$

$$k=2 \rightarrow 2 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 3 \rightarrow :6, \text{ т.к. } :2 \text{ и } :3$$

$$k=3 \rightarrow 3 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 4 \rightarrow :6, \text{ т.к. } :2 \text{ и } :3$$

$$k=10 \rightarrow \frac{10 \cdot 13 \cdot 9 \cdot 11}{3 \cdot (2)} :6, \text{ т.к. } :2 \text{ и } :3$$

$$2. \quad x^2 - y^2 = 221$$

$$(x+y)(x-y) = 221 \quad \left\{ \begin{array}{l} 221 \text{ можно разделить на множители} \\ 17 \times 13 \end{array} \right.$$

Значит,

$$\begin{cases} (x+y) = 17 \\ (x-y) = 13 \end{cases}$$

$$2x = 30$$

$$x = 15$$

$$y = 2$$

Ответ: (15; 2)

3. Из первого мешка мы должны взять 1 монету, из второго — 2 монеты, из третьего — 3, из четвертого — 4, из пятого — 5, из шестого — 6, из седьмого — 7, из восьмого — 8, из девятого — 9, из десятого — 10. Фактически, у нас должно быть: $10 + 20 + 30 + 40 + 50 + 60 + 70 + 80 + 90 + 100 = 550$ граммов. Но мы получили другое число, т.к. фальшивая монета весит 11 гр. Если разница от идеала составляет 1, т.е. 551 то фальшивая в первом мешке, если 2 (552) — во втором мешке, если 3 — в третьем.

если 4 то в четвертой мешке, если 5 - в пятой
если 10 - в десятой мешке.