ФГБОУ ВО «БГПУ» им. М. Акмуллы

Центр развития одаренности школьников

**ЗАДАНИЯ**

**по МАТЕМАТИКЕ**

**для учащихся 7 класса**

* Доказать, что при любом целом *k* выражение k4 + 3k3 - k2 - 3k делится на 6.
* Решить уравнение x2 - y2 = 221 в натуральных числах.
* Имеются 10 мешочков монет. В девяти мешочках монеты настоящие (весят по 10 гр), а в одном мешочке все монеты фальшивые (весят по 11 гр). Одним взвешиванием определить, в каком мешке фальшивые монеты.

**Решение:**

1. Признак делимости на 6: целое число делится на 6 тогда и только тогда, когда это число делится на 2 и на 3.

Упростим выражение:

k4 + 3k3 - k2 - 3k = k3 (k + 3) - k (k + 3) = (k + 3) (k3 - k) = (k + 3) k (k2 - 1) = k (k + 3) (k – 1) (k + 1)

Видно, что k – 1, k, k + 1 являются последовательными натуральными числами, а поэтому, по крайней мере, одно из них чётное и обязательно одно из них кратно трём, значит, их произведение кратно 6. А при умножении любого числа на число кратное 6, произведение тоже будет кратно 6. Значит при любом целом k выражение делится на 6.

2. x2 - y2 = (x – y) (x + y)

221 = 221 \* 1 = 13 \* 17, поэтому может быть 2 случая:

1) x – y = 1, x + y = 221, откуда x = 111, y = 110

2) x – y = 13, x + y = 17, откуда x = 15, y = 2

Ответ. (111, 110), (15, 2)

3.Надо положить на весы: из первого мешочка 1 монету, из второго две, из третьего - три монеты и т.д. до десятого мешочка, т.е. всего 1 + 2 +…+ 9 + 10 = 55 монет. Если бы они все весели по 10 грамм, то это был бы вес 55 \* 10 = 550 грамм, но так как фальшивая монета весит на 1 грамм больше (11 грамм), то из массы надо вычесть 550 грамм, результат и будет являться номером мешочка. Например, если общий вес будет 551 грамм -значит фальшивые монеты в 551 – 550 = 1 - первом мешке, если общий вес будет 552 грамма, значит 552 – 550 = 2 - во втором и т.д. Т.е. таким образом можно определить, в каком мешочке будет фальшивая монета.

ВЫПОЛНИЛ

Фамилия Тагиров

Имя Данил

Отчество Равилевич

Класс 6

Школа №7

Город (село) Туймазы

Район Туймазинский

Ф.И.О. учителя Гизамова Гульшат Зуфаровна