1)Поворот шоссейной дороги выполнен в виде дуги окружности радиусом 50 м. Полотно дороги в пределах дуги поворота имеет поперечный уклон в сторону поворота, равный 10∘. Какова наиболее безопасная скорость для автомобиля, проходящего поворот в условиях гололеда? Решение:

Fр

Fц

Fтр

Fт

 Fт — сила тяжести, Fц — центростремительная сила, Fр — сила реакции со стороны дороги, действующая на автомобиль.

Fр

FЛ

Fтр

Пусть автомобиль движется по повороту дороги со скоростью V, следовательно, равнодействующая всех сил, действующих на автомобиль, совпадает по величине и направлению с центростремительной силой:

Fц=mV2/R

Центростремительная сила является векторной суммой силы тяжести и силы реакции дороги, сила тяжести Fт, направленная вниз, не имеет проекции на горизонтальное направление, поэтому центростремительная сила Fц, возникает как горизонтальная составляющая силы реакции дороги. Вертикальная составляющая силы реакции уравновешивает действие силы тяжести, т.е. равна по величине и противоположна по направлению вектору силы тяжести Fт.

Наиболее безопасная скорость для автомобиля, это такая скорость, при которой реакция дороги перпендикулярна дорожному полотну. Рассмотрим рисунок, на котором изображена только сила реакции дороги Fp и её разложение на две составляющие, направленные перпендикулярно и параллельно поверхности полотна дороги. Перпендикулярная компонента Fл уравновешивает силу нормального давления автомобиля на полотно дороги. Fтр возникает за счет сцепления автомобиля с дорогой. Максимальная величина этой силы задаётся формулой:

 Fтр=kFл , где k — коэффициент трения.

При гололеде k мало, но если правильно выбрать скорость движения, когда сила реакции перпендикулярна полотну, силы, вызывающие занос автомобиля, не возникают, и можно пройти поворот даже на очень скользкой дороге.

Безопасную скорость:

mV2 /R=Fpsinα

mg=Fpcosα.

Поделив одно уравнение на другое получим:

V2/ gR=tgα;

V= √ gRtgα≈9,4м/сек≈33,8км/ч.

Ответ. 33,8км/ч.

2) В сосуде длины L, разделенном на две части легким, свободно скользящим поршнем, находятся азот и водород. Материал, из которого изготовлен теплопроводящий поршень, оказался проницаем для водорода. Найти положение поршня после установления равновесия в системе. Первоначальные давления и температуры газов одинаковы. Объем, занимаемый водородом, больше объема азота в три раза.



Решение:

Так как поршень проницаем для водорода, то водород начнёт медленно просачиваться из правой части в левую, концентрация водорода в левой части будет возрастать, а поршень будет сдвигаться вправо. Общее количество и температура газов при этом не изменяются, следовательно, и давление в цилиндре не изменится. Процесс диффузии водорода придет в равновесие, когда скорость диффузии водорода из правого объёма в левый и из левого объёма в правый станут равны. Скорость просачивания газа через перегородку пропорциональна частоте столкновений молекул этого газа с перегородкой, а значит, пропорциональна объёмной концентрации. Можно ожидать, что система придёт в равновесие, и поршень перестанет двигаться тогда, когда объёмные концентрации водорода в правой и левой частях цилиндра станут равны. Просачивание водорода приводит к уменьшению давления в правом объёме и возрастанию давления в левом. Равновесие восстанавливается посредством движения поршня слева направо. Для смеси газов полное давление является суммой парциальных давлений каждого газа. В правой части цилиндра находится чистый водород. Его парциальное давление равно поэтому полному давлению p0. В левой части при квазистационарном процессе тоже давление p0, но оно является суммой парциальных давлений водорода и азота:

p0=pN+pH.

 Значит, давление водорода, следовательно, и его объёмная концентрация в левой части всегда меньше, чем давление и концентрация водорода в правой части. Поэтому диффузия водорода будет продолжаться до тех пор, пока поршень не займёт крайнее правое положение, и газы полностью смешаются. Это произойдёт при любом начальном соотношении объёмов газов.

Ответ. поршень займёт крайнее правое положение

3)Ребра тетраэдра представляют собой одинаковые сопротивления R. Каково сопротивление тетраэдра?



Решение:

Нарисуем эквивалентную электрическую схему тетраэдра:



 Подключим точки А и В к источнику напряжения. Вследствие симметрии верхней и нижней половины схемы, относительно линии, соединяющей точки А и B, потенциалы точек С и D будут одинаковы, поэтому ток, протекающий через резистор, присоединенный к этим точкам, будет равен нулю, мы можем удалить его, и это не повлияет на величины токов в других частях схемы. Рассмотрим пути тока АСВ и ADB. Полное сопротивление каждого равно 2R. Таким образом, образуются три параллельных пути тока. Два из них имеют сопротивление 2R, и одно имеет сопротивление R. Полное сопротивление такой схемы будет равно R/2.

Ответ. Полное сопротивление такой схемы будет равно R/2.

4) Для подзарядки автомобильного аккумулятора с ε = 12 В от сети с постоянным напряжением U = 5 В собрана схема (см. рис.), содержащая индуктивность L = 0,1 Гн, идеальный диод D и прерыватель К, который периодически замыкается и размыкается на одинаковое время τ1 = τ2 = 0,1 с. За сколько времени можно таким образом осуществить подзарядку аккумулятора на 20 ампер-часов? Сопротивлением всех узлов схемы и диода в прямом направлении пренебречь.



Рассмотрим фазу процесса, когда ключ К замыкают. Диод D заперт обратным напряжением E, и ток через аккумулятор не идёт. Индуктивность L находится под напряжением U, а ток IL в начальный момент времени равен нулю. Ток IL начинает возрастать:

dIL/dt=U/L, и к концу первой фазы достигнет значения I(τ)=Uτ/L.

 После этого ключ К разомкнётся, откроется диод D, и потечёт ток заряда через аккумулятор. Полная ЭДС в контуре равна

Eк=U−E=5B−12B=−7В.

 Она направлена навстречу току заряда. Поэтому ток в цепи начнет уменьшаться:

dIL/dt=((U−E)/L), пока не станет равным нулю, после чего зарядка аккумулятора прекратится. Энергию, накопленную в магнитном поле индуктивности L к концу первой фазы, можно вычислить по формуле: W=LI2/ 2=(Uτ)2/ 2L.

Во второй фазе цикла источник питания и аккумулятор совершают работу по перемещению заряда:

A=Qц(E−U), откуда Qц=(Uτ)2/2L(E−U).

Таков заряд аккумулятора за время одного цикла, а средний ток заряда за цикл: Jзар.ср.=Qц/tц≈0,9 А

 tзар.пол.=Qэар.пол./Iзар.ср.

 tзар.пол.≈22,4ч

Ответ.22,4 ч

5)На рисунке показаны положения тонкой собирающей линзы и ее фокусов, а также отрезок АВ – часть траектории луча света. Построить траекторию этого луча после преломления в линзе.



6)На идеально гладкой горизонтальной поверхности расположен брусок массой М = 1 кг, скрепленный пружинами, жесткость каждой из которых k = 30 Н/м (см. рис.). На бруске лежит шайба массой 0,5 кг. Система «брусок-шайба» приводится в колебательное движение. Определите максимальную амплитуду колебаний, при котором система будет двигаться как единое целое, то есть без проскальзывания шайбы по бруску. Коэффициент трения скольжения между бруском и шайбой μ = 0,4.



Решение:

 Шайба не будет проскальзывать, если в системе отсчета, связанной с бруском, максимальная сила инерции не будет превышать силу трения скольжения или aMAX<μg.

 Так как колебания бруска и шайбы в случае отсутствия скольжения гармонические, то aMAX=Aω2, где A — амплитуда колебаний, ω2=2k/(M+m) циклическая частота колебаний системы. Подставляя в исходное неравенство, получаем A<μg(m+M)/2k=0,4⋅10⋅1,560=0,1м=10см.

Ответ.10 см

7)Пуля массой m и удельной теплоемкостью с, имеющая скорость v0, пробивает брусок массы М (М $\gg $ m), сделанный из материала с низкой теплопроводностью. После этого брусок начинает скользить по поверхности со скоростью U. Определите изменение температуры пули.



Решение:

Пробивание пулей внутренности бруска связано с разрушением его внутренней структуры и нагреванием системы "пуля-брусок" и представляет собой типичный пример неупругого соударения. Обозначим через Q — часть начальной кинетической энергии пули, переходящей во внутреннюю энергию системы "пуля-брусок". Бели пренебречь работой по разрушению материала бруска, то Q — это количество тепла, выделившееся в системе. В силу малой (по сравнению с пулей) теплопроводности материала бруска, это тепло практически целиком выделится в пуле, так что изменение ее температуры в этом случае можно найти из соотношения ΔT=Q/cm. Выражение для Q можно получить из законов сохранения энергии

mV02/ 2=mv′2/2+MU2/ 2+Q и импульса mv0=mv′+MU.

Здесь v′ - скорость пули, вылетевшей из бруска. Выражая v′ из второго равенства и подставляя его в первое, находим

 Q=MU(v0−U/2(1+M/m)), откуда ΔT=MU/cm\*(v0−U/2(1+M/m)).

 Из полученной формулы следует, что при U>2v0/(1+M/m) имеет место неравенство ΔT<0. Это означает, что пуля при пролете сквозь брусок может охладиться, а ее тепловая энергия перейти в кинетическую энергию бруска. Оценим работу, совершаемую пулей по разрушению материала бруска. Эта работа производится в объеме канала, пробиваемого пулей при пролете через брусок. Следовательно, с точностью до числовых множителей: A∼lΔS, где l — длина канала, ΔS — площадь поперечного сечения пули. Длина канала, по порядку величины, совпадает со средним размером бруска: l∼V1/3 бр∼M1/3. Площадь сечения пули пропорциональна квадрату среднего размера пули ΔS∼V2/3 п∼m2/3 , следовательно A∼M1/3 m2/3 . Если сравнить эту работу с кинетической энергией бруска T, пропорциональной M, получим A/T∼(m/M)2/3 , что по условию задачи является малой величиной

Ответ. ΔT=MU/cm\*(v0−U/2(1+M/m)).