8 класс, задания 1 тура.

* Как выгоднее разогревать заварочный чайник перед завариванием в нем чая: целиком залить стакан кипятка, или залить полстакана, подождать наступления теплового равновесия, воду вылить и залить вторую половину стакана? Теплообменом со средой пренебречь.

Решение:

Для некоторого количества воды Δm с температурой T, влитой в чайник с температурой T′<T, уравнение теплового баланса C(T1−T′)=cвΔm(T−T1)

дает результирующую температуру системы "чайник-вода": T1=1+γτ′1+γT, (1)

где C — теплоемкость чайника, γ=C/cвΔm,τ′=T′/T — безразмерная начальная температура чайника.

Если заливать это же количество воды в чайник равными частями, то (1) дает для температуры после первой порции горячей воды: T˜=1+2γτ′1+2γT, (2)

а после второй порции (первую вылили):

T2=1+2γτ˜1+2γT,

где τ˜=T˜/T, или после подстановки T˜ из (2):

T2=1+4γ+4γ2τ′(1+2γ)2T. (3)

Для ответа на поставленный в условии вопрос удобно исследовать знак выражения T2−T1. Комбинируя уравнение (1) с (3), имеем T2−T1=⋯=γ(1−τ′)(1+γ)(1+4γ+4γ2)T>0,

так как γ>0 и τ′=T′/T<1 по самой постановке задачи. Поэтому выгоднее оказывается прогревать чайник по частям. Поскольку эти же рассуждения применимы для любой части кипятка, то теоретически, самым выгодным оказывается способ, практически неосуществимый — прогрев чайника бесконечно малыми порциями кипятка с непрерывным их выливанием. Интересно оценить выигрыш в температуре для реального процесса. Полагая τ′≈293/373∼0,8;γ∼0,4 для 300-граммового фарфорового чайника и стакана кипятка, получаем ΔT=T2−T1≈7К.

Ответ:7К

* Колесо радиуса R и массой m упирается в ступеньку высоты h. Какую наименьшую силу F нужно приложить к оси колеса, чтобы оно могло подняться на ступеньку?



Решение:

Для того, чтобы колесо поднять на ступеньку, к нему нужно приложить момент силы F⋅AC относительно точки A, больший, чем момент силы тяжести, стремящийся скатить колесо обратно (см. рис.):

F⋅AC≥mg⋅AB,

где АС и АВ — плечи сил F и mg соответственно. AC=R−h;AB=R2−(R−h)2−−−−−−−−−−−√=2Rh−h2−−−−−−−−√.

Таким образом, наименьшая сила определяется равенством F=mgh(2R−h)√R−h.

Очевидно, что при h≥R никакая горизонтальная сила не способна завести колесо на ступеньку.

Ответ: при h≥R никакая горизонтальная сила не способна завести колесо на ступеньку.

* В цилиндрическом теплоизолированном сосуде находится вода с высотой столба H и температурой t0 °C. В воду кладут кусок льда при температуре 0 °С. После установления теплового равновесия высота столба воды стала H+h. Какая температура установилась в сосуде? Считать, что удельная теплоемкость воды *с*, удельная теплота плавления льда *λ.*

Решение:

Здесь, помимо самого решения, придется еще и проанализировать полученный результат. Прежде всего нужно догадаться, что высота столба воды со льдом в любой момент, после того, как лсд положен в воду, меняться не будет, т.к. уровень воды в сосуде по мере таяния льда остается постоянным. Следовательно, масса льда, равная массе образовавшейся после таяния воды, может быть определена как mл=ρвSh, где S — площадь сечения сосуда, ρв - плотность воды. Уравнение теплового баланса для процесса таяния льда и нагревания образовавшейся воды за счет остывания более горячей воды может быть записано в виде:

cρвSH(t0−t)=λmл+cρвSh(t−0),

(сосуд теплоизолирован по условию задачи). Здесь t — искомая температура, λ - удельная теплота плавления льда, c — удельная теплоемкость воды. Подставляя значение mл и выражал из уравнения "t" окончательно получим:

t=cHt0−λhc(H+h);

числитель в полученном выражении не может быть отрицательным, т.е.

cHt0−λh>0, откуда h<cHt0λ.

В противном случае установившаяся в сосуде температура будет равна 0. Физически это означает, что остывающая до температуры 0∘ вода не сможет расплавить весь лед. Значит, если количество льда таково, что уровень воды в сосуде h>cHt0λ, то весь лед растаять не может.

 Ответ: весь лед растаять не может.

* Спускаясь с горы, велосипедист первую треть пути проехал со скоростью v1=20 км/ч. Половину оставшегося времени движения он поднимался в гору со скоростью v2=10 км/ч и затем, проколов камеру, остаток пути он прошел пешком со скоростью 5 км/ч. Найти среднюю скорость велосипедиста.

Решение:

Пусть х время движения, тогда

20(х/3)+10(х/3)+5(х/3)=35(х/3)-весь

путь, тогда средняя скорость 35(х/3)/х=11,67 км/ч.

Ответ: 11,67 км/ч.

* Изогнутая трубка заполнена водой и ее конец А закрыт. Например, пальцем так, что вода из трубки не выливается (см. рис. а). Что произойдет, если отнять палец и оставить конец трубки открытым? Изменится ли результат, если трубку перевернуть и заполнив жидкостью, сначала закрыть конец В, а потом его открыть (см. рис. б).



Решение:

Чтобы понять в чем заключаются условия вытекания жидкости из изогнутых трубок, рассмотрим рис. За точку отсчета высоты примем точку О в нижнем колене трубки, хотя этот выбор произволен. Точки C и C′ указывают два различных положения выходного конца трубки для случаев а) и б). Закроем выходной конец трубки пробкой и вычислим давление жидкости возле пробки. В точке А на открытом конце давление равно атмосферному.

Пройдем по пути АОВС и просуммируем все перепады гидростатического давления на каждом из участков АО,ОВ,ВС. Очевидно это и будет перепад давления на всем столбе АС; Если он будет положительным, то давление в точке С будет больше атмосферного, и вода начнет вытекать, если мы откроем пробку. Если перепад отрицательный, вода будет вталкиваться в трубку — таков качественный ответ задачи. Итак

ΔPMN=ρghM−ρghN,

поэтому

ΔPAC=ρg(hA+(−hO+hO)+(−hB+hB)−hC)=ρg(hA−hC).

Сама структура полученной формулы подсказывает, что перепад давлений между любыми двумя точками в сообщающихся сосудах (в том числе в самых извилистых трубках определяется лишь разностью высот этих точек). Он может быть положительным, отрицательным или нулевым, в зависимости от соотношения hA и hC (или h′C).

Если точка С ниже уровня колена О, то перепад давления всегда положительный при любом положении уровня жидкости в колене АОВ. Это означает, что вода вытечет вся полностью, если открыть пробку. Если срез трубки C′ выше уровня колена О, то при вытекании уровень жидкости A, понижаясь, достигнет уровня C′. При этом перепад давлений станет равным нулю и вода перестанет вытекать.

Ответ: В действительности, по инерции вытечет чуть больше воды. Перепад давлений станет отрицательным и под действием этого перепада оставшаяся вода возвратится назад в колено АОВ.

* Для того чтобы избежать провисаний проводов электрической тяги в связи с температурными колебаниями, на железной дороге используются системы, состоящие из двух блоков и груза, изображенных на рисунке, автоматически поддерживающие постоянной силу натяжения. Определить массу груза m, если сила натяжения провода F должна быть равной 5000 Н.



Решение:

Сила натяжения веревки, к которой прикреплен груз, постоянна по всей длине и равна P. Следовательно, на блок, к которому прикреплен провод, действует сила 2P (см. рис.). Таким образом, P=F2=50002=2500Н,

а масса груза

m=Pg=250кг.

Ответ: 250кг

* В бассейн с водой (см. рис.) погружен опрокинутый вверх дном цилиндрический сосуд высотой h = 1 м. Этот сосуд заполнен маслом плотностью ρм = 900 кг/м3. Найти разность давлений в точках А и С непосредственно у дна сосуда. Плотность воды ρв = 1000 кг/м3.



Решение:

Давление в жидкости как известно, зависит от глубины слоя жидкости. p=ρвgH.

С другой стороны, это давление равно сумме давлений со стороны внутренней части стакана pс и давления pм столба масла высотой h: ρвgH=pс+ρмgh. (1)

На уровне наружной части стакана давление pA пропорционально глубине его погружения в воду и следовательно, давление на глубине H мы можем выразить как

ρвgH=pA+ρвgh. (2)

Приравнивая правые части уравнений (1) и (2), получим: pс−pA=(ρв−ρм)gh.

Ответ: pс−pA=(ρв−ρм)gh.