АКМУЛЛИНСКАЯ ОЛИМПИАДА, 8 КЛАСС, 1 ТУР

1.
Для некоторого количества воды Δm с температурой T, влитой в чайник с температурой T′0, так как γ>0 и τ′=T′/T<1 по самой постановке задачи. Поэтому выгоднее, оказывается, прогревать чайник по частям. Поскольку эти же рассуждения применимы для любой части кипятка, то теоретически, самым выгодным оказывается способ, практически неосуществимый — прогрев чайника бесконечно малыми порциями кипятка с непрерывным их выливанием. Полагая τ′≈293/373∼0,8;γ∼0,4 для 300-граммового фарфорового чайника и стакана кипятка, получаем ΔT=T2−T1≈7К.

2.
 Для того чтобы колесо поднять на ступеньку, к нему нужно приложить момент силы F⋅AC относительно точки A, больший, чем момент силы тяжести, стремящийся скатить колесо обратно F⋅AC≥mg⋅AB, где АС и АВ — плечи сил F и mg соответственно. AC=R−h;AB=√ R2− (R−h)2=√ 2Rh−h2. Таким образом, наименьшая сила определяется равенством F=mg√ h (2R−h)/R−h. Очевидно, что при h≥R никакая горизонтальная сила не способна завести колесо на ступеньку.

3.
Высота столба воды со льдом в любой момент, после того, как лёд положен в воду, меняться не будет, т.к. уровень воды в сосуде по мере таяния льда остается постоянным. Следовательно, масса льда, равная массе образовавшейся после таяния воды, может быть определена как mл=ρвSh, где S — площадь сечения сосуда, ρв - плотность воды. Уравнение теплового баланса для процесса таяния льда и нагревания образовавшейся воды за счет остывания более горячей воды может быть записано в виде: cρвSH(t0−t)=λmл+cρвSh(t−0). Здесь t — искомая температура, λ - удельная теплота плавления льда, c — удельная теплоемкость воды. Подставляя значение mл и выражал из уравнения "t" окончательно получим: t=cHt0−λh/c(H+h); числитель в полученном выражении не может быть отрицательным, т.е. cHt0−λh>0, откуда h<cHt0/λ. В противном случае установившаяся в сосуде температура будет равна 0. Физически это означает, что остывающая до температуры 0∘ вода не сможет расплавить весь лед. Значит, если количество льда таково, что уровень воды в сосуде h>cHt0/λ, то весь лед растаять не может.

4.

По определению :
vср=S/t, (1)
где S — весь путь, t — время, затраченное на прохождение этого пути.
t=t1+t2+t3, где t1=S/3v1 - время движения на первой трети пути, t2=t3=T/2 — время движения в гору и пешком, T — время прохождения 23S всего пути. Из условия 2/3S=(v2+v3)T/2, находим T=4S/3(v2+v3). Подставляя все в формулу (1) для средней скорости, получаем vср=S/S/3v1+4S/3(v2+v3)=3v1(v2+v3)/4v1+v2+v3≈9,5км/ч.

5.
За точку отсчета высоты примем точку О в нижнем колене трубки, хотя этот выбор произволен. Точки C и C′ указывают два различных положения выходного конца трубки для случаев а) и б). Закроем выходной конец трубки пробкой и вычислим давление жидкости возле пробки. В точке А на открытом конце давление равно атмосферному.
Пройдем по пути АОВС и просуммируем все перепады гидростатического давления на каждом из участков АО,ОВ,ВС. Очевидно это и будет перепад давления на всем столбе АС; Если он будет положительным, то давление в точке С будет больше атмосферного, и вода начнет вытекать, если мы откроем пробку. Если перепад отрицательный, вода будет вталкиваться в трубку — таков качественный ответ задачи. Итак,
ΔPAC=ΔPAO+ΔPOB+ΔPBC.
Для любых двух произвольных точек М и N вдоль столба жидкости перепад давлений вычисляется по формуле ΔPMN=ρghM−ρghN,
поэтому ΔPAC=ρg(hA+(−hO+hO)+(−hB+hB)−hC)=ρg(hA−hC).
Перепад давлений между любыми двумя точками в сообщающихся сосудах (в том числе в самых извилистых трубках определяется лишь разностью высот этих точек). Он может быть положительным, отрицательным или нулевым, в зависимости от соотношения hA и hC (или h′C).
Если точка С ниже уровня колена О, то перепад давления всегда положительный при любом положении уровня жидкости в колене АОВ. Это означает, что вода вытечет вся полностью, если открыть пробку. Если срез трубки C′ выше уровня колена О, то при вытекании уровень жидкости A, понижаясь, достигнет уровня C′. При этом перепад давлений станет равным нулю и вода перестанет вытекать.
В действительности, по инерции вытечет чуть больше воды. Перепад давлений станет отрицательным и под действием этого перепада оставшаяся вода возвратится назад в колено АОВ.

6.
Сила натяжения веревки, к которой прикреплен груз, постоянна по всей длине и равна P. Следовательно, на блок, к которому прикреплен провод, действует сила 2P. Таким образом:
P=F/2=5000/2=2500Н, а масса груза:
m=P/g=2500/10=250кг.

7.
Давление в жидкости как известно, зависит от глубины слоя жидкости.
p=ρвgH.
С другой стороны, это давление равно сумме давлений со стороны внутренней части стакана pс и давления pм столба масла высотой h:
ρвgH=pс+ρмgh. (1)
На уровне наружной части стакана давление pA пропорционально глубине его погружения в воду и следовательно, давление на глубине H мы можем выразить как:
ρвgH=pA+ρвgh. (2)
Приравнивая правые части уравнений (1) и (2), получим:
pс−pA=(ρв−ρм)gh.