ФГБОУ ВО «БГПУ» им. М. Акмуллы

Центр развития одаренности школьников

1. **Докажите, что при положительных x ,y, z при всех положительных выполняется неравенство** $\frac{x^{2}}{y}$ **+** $\frac{y^{2}}{z}$$\geq $ **4(x-z)**

*Доказательство: Докажем при x , y положительных*

$\frac{x^{2}}{y}$$\geq $ *4(x-y);*

*Если обе части неравенства умножить на y, то тогда получим*

$\frac{x^{2}}{y}\*y$$\geq $ *4(x-y)y*

$x^{2}$$\geq $ *4(xy-*$y^{2}$*)*

$x^{2}$ *-4xy +4*$y^{2}$$\geq $ *0*

$(x-2y)^{2}$$\geq $ *0*

*2) Докажем теперь , что при y, z положительных*

$\frac{y^{2}}{z}$$\geq $ *4(y-z)*

*Если обе части неравенства умножить на z то тогда получим*

$\frac{y}{z}\*z$$\geq $ *4(y-z )z*

$y^{2}$$\geq $ *4(yz-*$z$*)*

$y^{2}$ *-4y z +4*$z$$\geq $ *0*

$(y-2z)^{2}$$\geq $ *0;*

*3) Сложим неравенства*

$\frac{x^{2}}{y}$$\geq $ *4(x-y);*

$\frac{y^{2}}{z}$$\geq $ *4(y-z);*

$\frac{x^{2}}{y}$ *+* $\frac{y^{2}}{z}\geq $ *4(x-y) + 4(y-z);*

$\frac{x^{2}}{y}$ *+* $\frac{y^{2}}{z}\geq $ *4(x-z);*

1. **Каких треугольников с целочисленными сторонами больше¨ имеющих периметр 1997 или имеющих периметр 2000?**

*Пусть стороны треугольника равны целым числам a, b, c, и его периметр a+b+c равен 1997. Поставим этому треугольнику в соответствие треугольник со сторонами a+1, b+1, c+1, периметр которого равен 2000 (этот треугольник существует; в самом деле, рассмотрим, например неравенство треугольника (a+1)+(b+1)>(c+1); оно следует из неравенства треугольника a+b>c для треугольника со сторонами a, b, c). Это соответствие однозначно сопоставляет треугольнику с целочисленными сторонами, имеющему периметр 1997, треугольник с целочисленными сторонами, имеющий периметр 2000.*

*Попробуем доказать обратное. т.е. к каждому треугольнику периметра 2000 соответствует треугольник периметра 1997.. Пусть А*$\geq В\geq С$ *длины сторон треугольника периметра 2000. Тогда, все его стороны больше 1. Каждая сторона треугольника больше разности двух других сторон, поэтому если какая-то сторона имеет длину 1, то две другие должны быть равны между собой, и в этом случае периметр треугольника - нечетное число.*

 *А*$\geq В\geq С$ *отсюда (А*$-1)+\left(В-1\right)\geq (С-1)$

 *Но в случае равенства мы имеем, что сумма А*$+В+С=2k+1$ *(нечетно), но она равна 2000. Значит сумма двух меньших чисел среди А-1; В-1; С-1 больше третьего и эти числа являются длинами сторон некоторого треугольника. Значит , треугольников имеющих периметр 2000 и треугольников имеющих периметр 1997 одинаковое количество.*

 *Ответ: таких треугольников существует одинаковое количество*

 ВЫПОЛНИЛ

Фамилия **Мирзаянова**

Имя **Чулпан**

Отчество **Дамировна**

Класс **9**

Школа **МБОУ СОШ с.Исаметово**

Город (село) **Исаметово**

Район **Илишевский**

Ф.И.О. учителя **Мирзаянова Фирая Мизхатовна**