Задания 2 тура, 10 класс

1. На дне вертикального цилиндрического сосуда радиусом R = 10 см лежит шар радиусом r = 5 см. Плотность материала шара в два раза меньше, чем плотность воды. Какой объем воды следует налить в сосуд, чтобы шар перестал оказывать давление на дно сосуда?

Дано

R = 10 см = 0,1м

r = 5 см = 0,05м

$\rho_в$=1000кг/м^3

$\rho_т$= $\rho_в$/2 = 500кг/м^3

$V_{в\ min}$ = ?

Чтобы шар перестал оказывать давление на дно сосуда $F_т$ должна равнятся F_a. Из этого получаем:

$F_a = F_т = m_т*g = \rho_т*V_т*g = (\rho_т*4*\pi*r^3*g)/3 \approx 2,6$Н.

А так как $F_a = \rho_в*g*V_{погр} \approx 2,6$Н, то $V_{погр} = F_a/ \rho_в*g$ = = 2 ,6/10000= 0,00026. Следовательно, шарик перестанет оказывать давление на дно сосуда когда объем ($V_{погр}$) будет погружен в воду, но объем всего шарика равен $V= 4*\pi*r^3/3 \approx 0,00052$ это значит что примерно половина шарика должно оказаться погруженным в воду (т. к. 0,00052/ 0,00026 = 2) . Иными словами столб воды в цилиндре (h) должен равняться радиусу шара (r) (т. к. радиус шара это есть расстояние от центра шара до его краев). Теперь найдем минимальный объем воды при котором шар перестанет оказывать давление на дно сосуда: $V_{в\ min} = (\pi*R^2*h)-(V_{погр})$= (3,14*0,01* 0,05)-0,00026 = = 0,00157-0,00026=0,00131м^3

Ответ: $V_{в\ min}$ = 0,00131м^3

2. Камень, брошенный вертикально вверх с поверхности Земли, побывал на высоте h дважды с интервалом времени Δt. Найдите начальную скорость камня.

Дано

h

Δt

---

v_0 =?

Движение состоит из двух симметричных половин: подъем до максимальной высоты (H) и падение обратно на землю найдем расстояние от высоты h до максимальной высоты H: $\Delta h = H - h = g*t^2/2 = g*\Delta t^2/8$ (тут $t = \Delta t/2$, т. к. движение симметричное, а значит и время подъема и время спуска тела на расстояние Δh равны). А так как $H=(v_0)^2/2*g$, то получаем, что

$(v_0)^2=2*g*H = 2*g*(h+\Delta h) = 2*g*(h+ g*\Delta t^2/8) = 2*g*h+ g^2*\Delta t^2/4$

$v_0=\sqrt{(2*g*h+ g^2*\Delta t^2/4)}$

Ответ: $v_0=\sqrt{(2*g*h+ g^2*\Delta t^2/4)}$

3. Маленький кубик соскальзывает без начальной скорости по внутренней поверхности полусферы с высоты, равной ее радиусу. Одна половина полусферы (та, по которой начал скользить шарик – гладкая), вторая – шероховатая с коэффициентом трения μ . Определите ускорение кубика в момент перехода на шероховатую поверхность.

Дано

μ

a=?

Когда шарик переходит на шероховатую поверхность он движется по окружности со скоростью v=√(2*g*R), где R - радиус сферы (т. е. Радиус окружности). Нужное нам ускорение складывается из радиального (a_n) и касательного (a_r): $a=\sqrt{(a_r)^2+(a_n)^2}$. А так как $a_n = v^2/R = 2*g*R/R = 2*g$, а

$m*a_r = F_{тр} = \mu N$. Но так как в нижней точке $N - m*g = m* v^2/R$

$N = 3*m*g$ и $a_r = 3*\mu*g$. Из этого $a=\sqrt{4*g^2+9*\mu^2*g^2} = \sqrt{g^2(4+ 9*\mu^2)} =$

$= g\sqrt{4+9*\mu^2}$

Ответ: $a=g\sqrt{4+9*\mu^2}$

4. Перевернутый цилиндрический стеклянный стакан высоты H плавает так, что его дно находится вровень с поверхностью воды, причем вода занимает 1/n часть стакана. Такой же стакан, но пустой, погружают в воду вверх дном. На какую глубину надо его погрузить, чтобы он не всплыл? Окружающий воздух имеет температуру $T_{1,}$ вода T_2, атмосферное давление равно P_o. Выталкивающей силой, действующей на объем, занятый стеклом, пренебречь.

Дано	
T_1 - температура воздуха	По закону Паскаля, в первом случае давление на глубине H везде одинаковое:
T_2 - температура воды	$P_o + \rho*g*H = P_1 + \rho*g*H*1/n$
P_o - атмосферное давление	(тут P_1 — давление газа в стакане, а ρ — плотность воды). Из этого получаем
H - высота стакана	$P_1 = P_o + \rho*g*H - \rho*g*H*1/n =$
1/n – часть стакана (с водой)	$= P_o + \rho*g*H*(1-1/n)$ (1).
x = ?	

В первом случае (когда стакан находится в равновесии) на него действуют: сила тяжести, сила атмосферного давления и сила давления со стороны газа в стакане. т. е.

$P_o*S + M*g = P_1S$; $M*g = (P_1- P_o)S = \rho*g*H*(1-1/n)*S$ (2).

Пусть выталкивающая сила действующая на объем занятый стеклом пренебрежимо мала по сравнению с силой давления воздуха

Стакан погруженный на глубину (x) не будет всплывать если сила давление воздуха на дно стакана с низу будет меньше суммы силы тяжести стакана и силы давления воды на дно стакана с верху, т. е.

$\rho*g*(x – H + V/S)*S \le \rho*g*(x – H)*S + M*g$ (3).   (тут V — это обьем воздуха в стакане на глубине x

Из (2) и (3) найдем, что $V \le H*S*(n-1/n)$ (4).

Из объединенного газового закона имеем: $P*H*S/T_1=[P_o+\rho*g*(x–H+ V/S)]*V/T_2$

Исключая V из соотношений (4) и (5) получаем:

$x \geq (P_o/\rho*g)* ((n/n-1)* T_2/T_1 -1)+H/n$

Но задача имеет смысл если только $H \leq (P_o/\rho*g)* ((n/n-1)* T_2/T_1 -1)+H/n$

Ответ: $x \geq (P_o/\rho*g)* ((n/n-1)* T_2/T_1 -1)+H/n \geq H$

5. В воздушном шарике, удерживаемом нитью, в том месте, где крепится нить, появилось отверстие сечением S. Как изменится натяжение нити, если скорость истечения газа из шарика равна v? Плотность газа ρ.

Дано

S — сечение отверстия

v — скорость истечения газа

ρ — плотность газа

ΔT = ?

Натяжение нити ΔT будет равно реактивной силе (F_p), которая появляется в результате выхода газа из шарика. Изменением веса шарика и выталкивающей силой в начальный момент времени можно пренебречь, так как изменение объема шарика очень маленькое. Таким образом за время Δt из шарика вытекает объем газа равный : V=S*V*Δt , а его масса : m= ρ*V = ρ*S*v*Δt . Расход газа за единицу времени : '

Δm= m/Δt = ρ*S*v . Тогда реактивная сила равна : F_p = ΔT = Δm*v = m*v/Δt = = $\rho*S*v^2$.

Ответ: ΔT = $\rho*S*v^2$

6. Вертикальный цилиндр разделен массивным поршнем на две части. В каждой из них содержится по 1 молю идеального газа при температуре T_0. При этом отношение объемов верхней и нижней частей 4:1. До какой температуры надо нагреть газ, чтобы это отношение стало равным 2:1?

Дано	
T_0 — начальная температура	Если начальное давление в верхней части обозначить через - P_1, а в нижней - P_2,
n = 1 моль	масса поршня — m, площадь сечения
$V_1 : V_2 = 4 : 1$	
$V_3 : V_4 = 2 : 1$	2илиндра — S . Тогда при равновесии

T = ? поршня $P_2 - P_1 = m*g/S$ (1) . После подогрева давления станут с верху - P_3 ,а с низу - P_4, значит

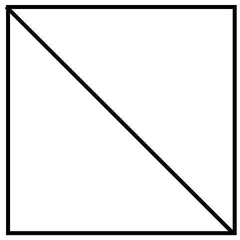
$P_4 - P_3 = m*g/S$ (2). Используя формулу $P=RT/V$ составим равенство из (1) и (2) : $RT_0/V_2 - RT_0/V_1 = RT/V_4 - RT/V_3$, а поскольку по условию

$V_1 = 4*V_2$ (3) , а $V_3 = 2*V_4$ (4) и так как $V_1 + V_2 = V_3 + V_4$ (5) , решим систему из уравнений (3) , (4) и (5) получим : $V_2 / V_4 = 3/5$

$T = T_0*(1/ V_4 - 1/ V_3)/(1/ V_2 - 1/V_1) = 2,5*T_0$

Ответ: $T = 2,5*T_0$

7. Из проволоки, электрическое сопротивление которой 65 Ом, сделана фигура, представляющая собой квадрат с одной из его диагоналей. Чему равно сопротивление между двумя концами этой диагонали и сопротивление между двумя соседними вершинами квадрата?



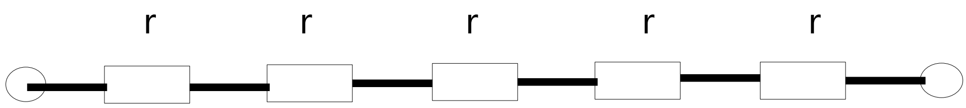
Дано

R= 65 Ом

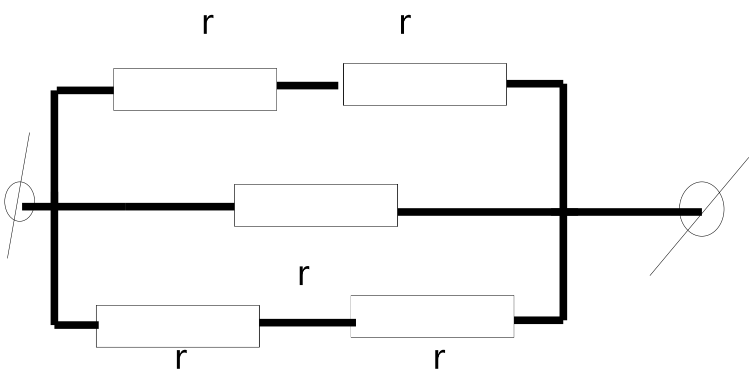
$R_д$=?

$R_р$=?

1 способ. Если изначально проволока находилась в расправленном состоянии , то можно предположить что проволока делилась на 5 частей одинакового сопротивления r , где r=R/5 (частей) = 13 Ом



А сопротивление данного нам квадрата, сделанного из этой проволоки, можно представить в виде такой схемы:



И зная что сопротивление r=13 Ом можем найти сопротивление между концами диагонали которое равно:

$R_д$= 1/((1/r+r)+(1/r)+(1/r+r)) = 1/(4/2*r) = r/2 = 6,5 Ом. А сопротивление $R_р$ т. е. сопротивление между двумя соседними вершинами, это и есть сопротивление одного резистора т. е. $R_р$= r= 13 Ом

Ответ: $R_р$=13 Ом $R_д$= 6,5 Ом

2способ.

Предположим , что диагональ квадрата длиннее чем его сторона и имеет большее сопротивление, тогда если сторона квадрата равна (a) то диагональ равна $\sqrt{(a^2+a^2)}$ = a*√2 (по теореме Пифагора) Следуя из того что сторона (a) имеет сопротивление r получаем , что диагональ имеет сопротивление r*√2 . Зная это можем определить сопротивление r .

(r+r+r+r+ r*√2)=R => r≈12,037 Ом (тут r+r+r+r+ r*√2 - общее сопротивление проволоки в расправленном виде). Теперь находим, что $R_д$=1/((1/r+r)+(1/r*√2)+(1/r+r))= r*r*√2/(r+ r*√2) ≈ 7,021 Ом.

А $R_р$= r ≈12,037 Ом

Ответ: $R_р$≈12,037 Ом $R_д$= 7,021 Ом