

ФГБОУ ВО «БГПУ» им. М. Акмуллы
Центр развития одаренности школьников
ЗАДАНИЯ
по МАТЕМАТИКЕ
для учащихся 10 класса

ВЫПОЛНИЛ

Фамилия: Сираева

Имя: Регина

Отчество: Сириновна

Класс: 10

Школа: МБОУ СОШ №2

Город (село): Туймазы

Район: Туймазинский

Ф.И.О. учителя: Шаймарданова Нурзида Закировна

Задача № 1.

Решение:

По условию $10b + bq = 3bq^2$, где $b \neq 0$ – первый член, q – знаменатель прогрессии. Отсюда $3q^2 - q - 10 = 0$, $q_1 = 2$, $q_2 = -\frac{5}{3}$, т.е. $q = 2$. Из неравенства $bq \leq 9$ следует, что $b = 1, 2, 3$ или 4 .

Ответ: 12, 24, 36, 48.

Задача № 2.

Попробуем найти наименьшее натуральное число. Например, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 – не подходят. Потому что в числе не должно быть цифр, кроме 0 и 9, так как если при изменении какой-то определенной цифры в сторону уменьшения мы получим число, делящееся на 11, то при изменении этой же цифры в сторону увеличения полученное число очевидно на 11 делиться не будет.

Так как, чтобы число делилось на 11, разность сумм его цифр на четных и на нечетных местах должна делиться на 11.

В сочетании с идеей о составе числа только из 0 и 9 получим: нули и девятки должны чередоваться, чтобы получить наименьшее число.

Разность указанных в признаке сумм составит: $9n$, где n – количество девяток в числе.

Но, по условию задачи, можно изменить одну цифру: $9 \rightarrow 8$ или $0 \rightarrow 1$.

Оба эти изменения дадут разность сумм: $9n - 1$.

Методом перебора получим: $n=5$, $9*5-1 = 44$ - делится на 11.

Теперь составим число: 909090909.

Ответ: 909090909.

Задача № 3.

Чтобы сумма чисел была простым числом надо, чтобы одно число было четным, а другое нечетным, ибо в противном случае число будет четным, то есть сложным, не считая 2. Если первое четное, а второе нечетное, то сумма третьего с одним из них будет обязательно четным, и, так как оно простое, то должна быть равна 2.

Таким образом, если попарные суммы – простые числа, то два из них равны между собой и равны 1.

Что и требовалось доказать.