10 класс, 1 тур

1. По длинному коридору ширины $L = 3$ м люди идут равномерным потоком со скоростью $v = 1$ м/с. В коридор заходит $Q_0 = 20$ человек в минуту. В конце коридора находится дверь, через которую в минуту могут пройти $Q_1 = 10$ человек. На 1 квадратном метре пола могут разместиться 5 человек. Определите, с какой скоростью нарастает очередь перед дверью. Люди размещаются равномерно по ширине коридора.

Дано

$L = 3$м

$v = 1$м/с

$Q_0 = 20$ чел.

$Q_1 = 10$ чел.

$\Delta t = 1$мин

$v_{оч} = ?$

Пусть $v_{оч}$ - скорость с которой нарастает очередь.

За время Δt в коридор вошло $Q_0 = 20$ чел. Они занимают длину равную $v\Delta t$. Плотность людей на одном квадратном метре равна $\rho_0 = Q_0/(v*\Delta t*L)$. Конец очереди и люди из потока сближаются со скоростью $v_{оч}+ v$. Площадь, которую они занимают равна $S=(v_{оч}+v)*\Delta t*L$. Значит, количество людей вставших в очередь за Время Δt, будет равно $Q=S* \rho_0=(v_{оч}+ v)*\Delta t*L*Q_0/(v*\Delta t*L) =$

$= Q_0*(v_{оч}+ v)/v$. Но за это время Q_1 человек выйдут из очереди, значит количество людей в очереди увеличится на $Q-Q_1$ человек. Они займут площадь $S=v_{оч}*\Delta t*L$. По условию плотность людей в очереди $\rho=5$чел/м^2 следовательно в очереди стало на $S*\rho$ человек больше. Приравняем это к величине $Q-Q_1$: $Q-Q_1 =$

$= Q_0*(v_{оч}+ v)/v- Q_1= S=v_{оч}*\Delta t*L*\rho \Rightarrow v_{оч}=(Q-Q_1)/((\Delta t*L*\rho) – (Q_0/v)) = 1/88$м/с=
=0,012м/с

Ответ: $v_{оч}= 0,012$м/с

2. Том вплотную подобрался к Джерри, двигаясь с постоянной скоростью *V*. В этот момент Джерри начинает убегать от Тома, двигаясь по прямой со скоростью *U=k/R*, где *R* — расстояние между котом и мышью, *k* — постоянный независимый коэффициент, больший нуля. Найти расстояние между бегущими Томом и Джерри через большой промежуток времени. Скорость Тома во время погони неизменна.

Дано

V-скорость Тома

U=k/R- скорость Джерри

R-расстояние между котом и мышью

x = ?

Пусть x- расстояние между котом и мышью через большой промежуток времени. Тогда скорость Джерри через большой промежуток времени U=k/x. Но чтобы расстояние x оставалось неизменяемым нужно чтобы скорость U равнялось скорости V , тогда x=k/V . При этом , если расстояние x станет меньше, то скорость скорость Джерри станет больше скорости Тома и расстояние между ними будет увеличиваться стремясь к x и наоборот, если расстояние x станет больше то и скорость Тома станет больше скорости Джерри и расстояние будет опять стремиться к x.

Ответ: x=k/V

3. В цилиндрический сосуд засыпают маленькие деревянные шарики общей массы $m = 500$ кг. Затем шарики вынимают, и в сосуд заливают воду массой $M = 1000$ кг, причем она достигает того же уровня, что и шарики до этого – уровня $h = 1$ м от дна. Шарики засыпают обратно. На каком расстоянии от дна будут находиться самые верхние шарики. Плотность дерева $\rho = 800$ кг/м^3, плотность воды $\rho_0 = 1000$ кг/м^3.

Дано

$m = 500$кг

$M = 1000$кг

$h = 1$м

$\rho = 800$кг/м^3

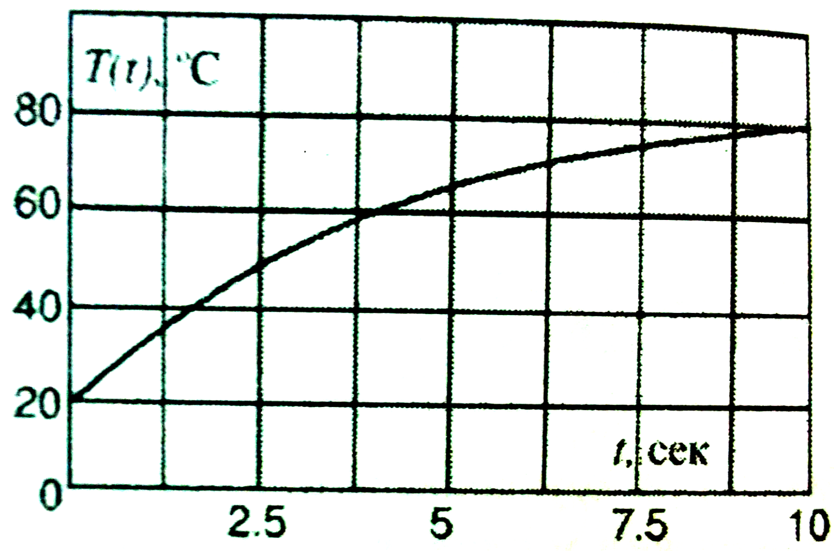
$\rho_0 = 1000$кг/м^3

$x = ?$

Найдем объем воды $V_1=M/\rho_0= 1$м^3 и объем шариков $V_2=m/\rho=0{,}625$м^3, Значит общий объем пустот между шариками равен $V_3 =M/\rho_0 - m/\rho=0{,}375$м^3 . Плотность шаров меньше плотности воды, поэтому они будут всплывать, но часть шаров будет находится под водой. При этом сила тяжести будет уравновешенна силой Архимеда: $m*g=\rho_0*g*V_4$, здесь V_4 - объем шаров погруженных в воду. Отсюдова $V_4 = m/\rho_0 = 0{,}5$м^3 , а объем пустоты между шариками, находящимися под водой равен $V_5= kV_4 = 0{,}3$м^3, этот объем заполнен водой. Объем воды, который находится ниже уровня шариков равен $V_6= V_1 - V_5 = 0{,}7$м^3 , высота которую занимает этот объем равна $h_1 = h*V_6/V_1 =0{,}7$м, а высоту которую занимают шары, по условию равна $h=1$м, значит $x = h+ h_1= 1{,}7$м

Ответ: 1,7м от дна

4. В сосуд с жидкостью опущен нагреватель постоянной мощности. Дан график зависимости температуры жидкости от времени T(t). Как построить график температуры от времени в случае, если воды взять в два раза больше? Мощность тепловых потерь в атмосферу не зависит от объема жидкости. Жидкость в сосуде хорошо перемешивается, поэтому можно считать ее температуру одинаковой по всему объему.



Дано

$T_0 = 20^0C$

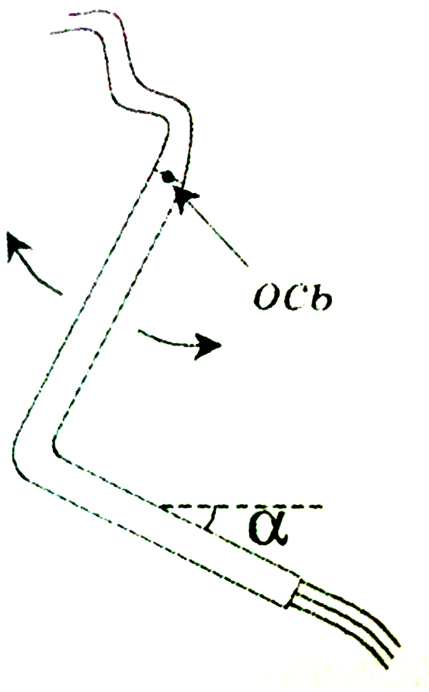
$T_к = 80^0C$

$t = 10$ с

В случае если мощность остается постоянной то и количество теплоты получаемая водой останется постоянной так как P=Q/t . Составим равенство $Q=c*m*\Delta T_1=c*2m*\Delta T_2$, где $\Delta T_1 = T_к - T_0$,а $\Delta T_2 = T_{к2} - T_0$ тут $T_{к2}$ - это конечная температура в том случае если воды взять в 2 раза больше .Из этого равенства получаем что $\Delta T_1= 2\Delta T_2$. Таким образом , если по условию $\Delta T_1= 60^0C$ то $\Delta T_2 = \Delta T_1/2 = 60^0C/2 = 30^0C$. Следовательно в случае если воды взять в 2 раза больше то за время t = 10 с температура воды увеличится не на 60^0C, а на 30^0C.

Ответ: график надо будет построить немного ниже по шкале температуры

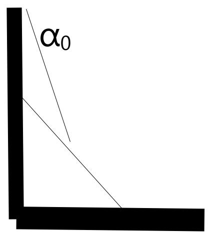
5. Длинный отрезок трубы согнут посередине под прямым углом так, что получился уголок. Уголок закреплен за один из концов на горизонтальной оси. Уголок находится в плоскости, перпендикулярной оси, и может вращаться без трения. По гибкому шлангу в уголок подается вода, при этом в состоянии равновесия струя бьет из уголка под углом $\alpha = 30°$ к горизонту (см. рисунок). Под каким углом к горизонту будет направлена струя, если вдвое увеличить скорость воды, подаваемой по трубе?



На уголок действует сила со стороны воды, которая находится в нем. Когда вода меняет направление скорости, она передает уголку импульс. Следовательно, на уголок действуют силы, приложенный в точке крепления уголка и в точке изгиба. Вычислим силу F, действующую в точке изгиба, она направлена под углом 135^0 к сторонам уголка, поскольку она противоположна по направлению изменения импульса воды при повороте. Обозначим площадь сечения трубки из которой сделан уголок, через S; скорость воды - через v и плотность - через ρ. Тогда масса воды, протекающий по уголку за время t, равна $m=\rho*S*v*t$ ее импульс равен $p_{нач} = p_{кон} = \rho*S*v^{2*}t$. Изменение вектора импульса воды в результате поворота струи в уголке за это время $\Delta p=\sqrt{2}*\rho*S*v^2*t$, значит , сила, с которой уголок действует на воду, $F=\sqrt{2}*\rho*S*v^2$. С такой же по величине, но противоположной по направлению силой, действует струя воды на уголок. Если скорость воды удвоить, то эта сила увеличится в 4 раза. Найдем условие равновесия уголка.

Моменты сил, действующих на него, скомпенсированы.

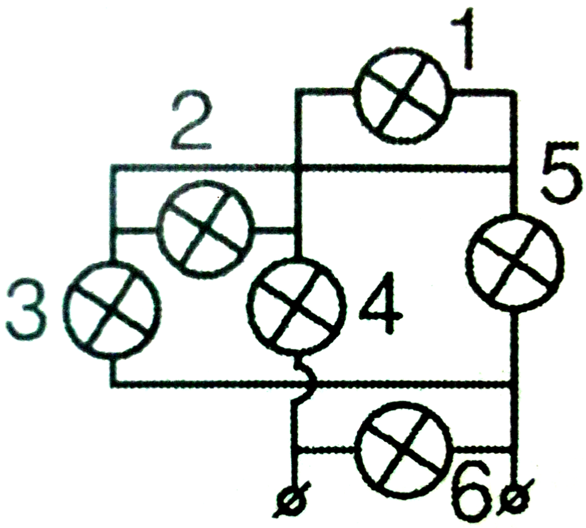
Будем вычислять моменты относительно точки крепления уголка. Тогда сила, действующая со стороны оси, и сила, возникающая из-за изменения направления течения воды в точке крепления, имеют нулевые моменты. Если обозначить длину стороны уголка l, то плечо силы F равно $l/\sqrt{2}$. Сила тяжести $F_т$ приложена в центре масс уголка. Обозначим расстояние от точки крепления до центра масс l_1. Тогда плечо силы тяжести равно $l_1*\sin(\alpha-\alpha_0)$, где α_0- угол между направлениями из точки крепления на точку изгиба и на центр масс.



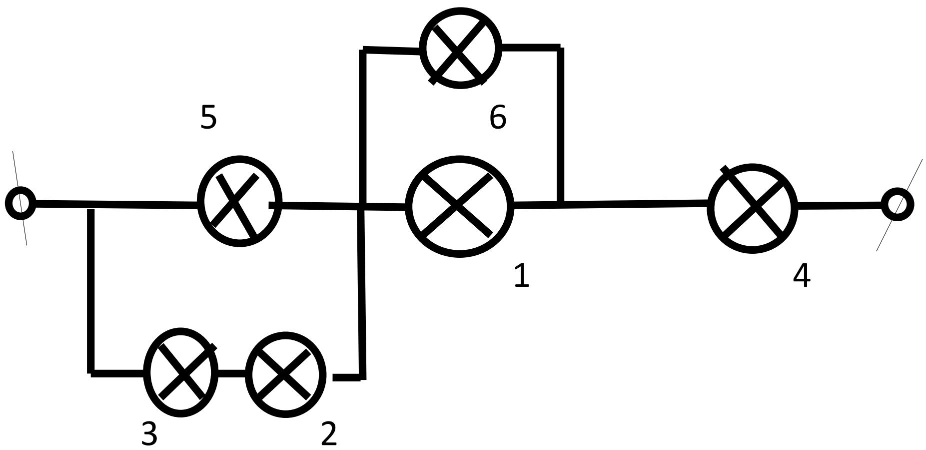
Таким образом, условие равенства моментов $F*l/\sqrt{2}= F_т*l_1*\sin(\alpha-\alpha_0)$.
При удвоении скорости воды сила F увеличивается в 4 раза. Если β — искомый угол, то $4*F*l/\sqrt{2} = F_т*l_1*\sin(\beta-\alpha_0)$. Следовательно, $\sin(\alpha-\alpha_0)=4*\sin(\beta-\alpha_0)$
Осталось найти угол α_0. Центр масс уголка находится в сердине между серединами сторон (см. рис. с верху) . Поэтому $tg\ \alpha_0= 1/3$ В итоге имеем $\beta=\alpha_0+\arcsin(4*\sin(\alpha-\alpha_0))$, $\alpha_0 = arctg(1/3)$. Подставляя $\alpha=30^0$, получаем $\beta=71,7^0$

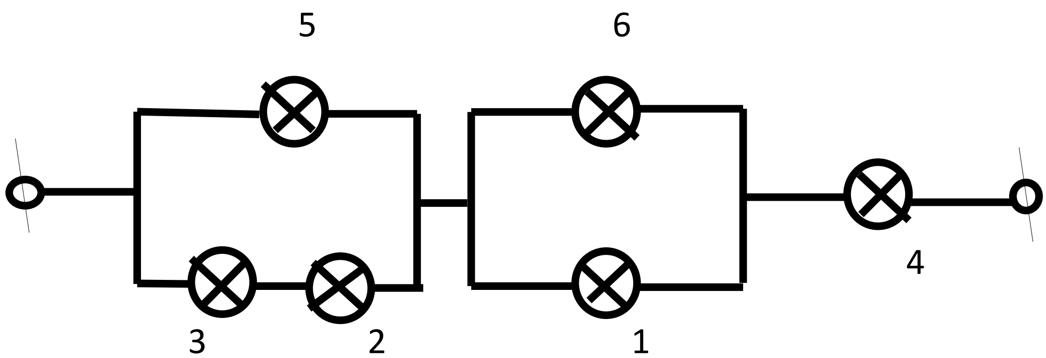
Ответ: вода будет бить из уголка под углом $\beta=71,7^0$ к горизонту

6. К выводам схемы подключено постоянное напряжение. Расположите лампочки в порядке возрастания яркости свечения. Лампочки в схеме одинаковые. Не забудьте обосновать Ваше решение.



Данную схему можно изобразить так:





Найдем общее сопротивление $1/R=1/r+1/2r+1/r+1/r+r= 13*r/6$. Так как при последовательном присоединении сила тока остается постоянной то

$I=I_5+I_3+I_2=I_1+I_6=I_4$ но так как при параллельном соединении сила тока не остается постоянным то $I_5=I_3+I_2$, а $I_1=I_6=I_4/2$ $I=I_4=U_4/r=U/R$=> $U_4=U*r/R=6U/13$ $I_1=I_6=I_4/2$ $U_1=U_6$ (так как напряжение при параллельном соединении остается постоянным) $U_1=U_6=U_4/2=3U/13$.

$I_4=I_5+I_3+I_2$; $U_3=U_2$, $U_5=U_3+U_2=2U_3$ => $U_4=2U_3+U_5=4U_3$ =>$U_2=U_3=U_4/4=1,5U/13$

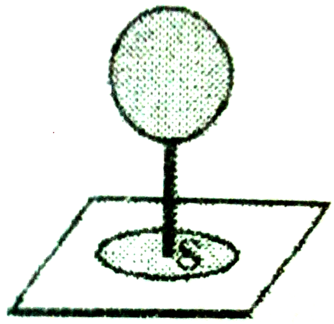
$U_5=2U_3=3U/13$

В итоге получаем что $U_1=U_5=U_6=3/13$; $U_2=U_3=1,5U/13$; $U_4=6U/13$ так как

чем больше напряжение, тем больше яркость поэтому лампочки в порядке возрастания яркости я расположил так: 2,3,1,6,5,4

Ответ 2,3,1,6,5,4

7. Легкий метеорологический зонд объема $V = 64$ м^3 наполнен гелием плотностью $\rho_{He} = 0,178$ кг/м^3. Чтобы удержать зонд, его прикрепляют невесомым тросом к легкой пластине, которая плотно притерта к неподвижной горизонтальной поверхности (см. рисунок). Найдите минимальную площадь S такой пластины. Плотность воздуха $\rho_B = 1,293$ кг/м^3, атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па, постоянная $g = 9,8$ Н/кг.



Дано

$V = 64$ м^3

$\rho_{He} = 0,178$ кг/м^3

$\rho_B = 1,293$ кг/м^3

$p_0 = 10^5$ Па

$g = 9,8$ Н/кг

S=?

Зонд будет удерживаться пока сила атмосферного давления $p_0 * S$, действующая на пластины, вместе с весом гелия $\rho_{He} * g * V$ превосходит силу Архимеда $\rho_в * g * V$, тянущую его вверх т. е. Когда $Sp_0 > (\rho_в - \rho_{He}) * g * V$ =>

$S > (\rho_в - \rho_{He}) * g * V / p_0 > 0,007$ м^2

Ответ: наименьшая площадь пластины S = 0,007м^2