**7 класс**

**1. Найти  из равенства**

****

Решение:

Вычислим сумму дробей в скобках, заменив каждую дробь разностью дробей

$$\frac{1}{25}-\frac{1}{26}+\frac{1}{26}-\frac{1}{27}+\frac{1}{27}-\frac{1}{28}+\frac{1}{28}-\frac{1}{29}+\frac{1}{29}-\frac{1}{30}=\frac{1}{25}-\frac{1}{30}=\frac{6-5}{150}=\frac{1}{150}$$

$$\frac{1}{150}∙150=1$$

 Тогда уравнение можно заменить на более простое

$$1+1,03:\left(10,3∙\left(х-1\right)\right)=11$$

$$1,03:\left(10,3∙\left(х-1\right)\right)=10$$

$$\left(10,3∙\left(х-1\right)\right)=1,03:10$$

$$\left(10,3∙\left(х-1\right)\right)=0,103$$

$$x-1=0,103:10,3$$

$$x-1=0,103:10,3$$

$$x-1=0,01$$

$$x=1,01$$

Проверка: 1,01-1=0,01

 10,3∙0,01=0,103

 1,03:0,103=1030:103=10

 10+1=11. Верно!

 Ответ: 1,01

***2. Объем строительных работ увеличивается на 80%. На сколько процентов нужно увеличить число рабочих, если производительность труда будет увеличена на 20%.***

Решение:

Обозначим объем строительных работ за 1, тогда после увеличения он составит 1,8. Пусть производительность труда одного рабочего равна х, тогда после увеличения она станет равна 1,2х. Тогда количество рабочих до увеличения равно $\frac{1}{х}$ , а после увеличения $\frac{1,8}{1,2x}=\frac{3}{2x}$.

$$\left(\frac{3}{2x}-\frac{1}{x}\right):\frac{1}{x}∙100\%=50\%$$

 Ответ: число рабочих надо увеличить на 50%.

***3. Квадрат 5х5 заполнен числами так, что произведение чисел в каждой строке отрицательно. Докажите, что найдется столбец, в котором произведение всех чисел также отрицательно.***

Решение:

Найдем произведение всех чисел. Оно отрицательно. Произведение всех чисел равно произведению чисел в столбцах. А так как произведение всех чисел отрицательно, то оно должно быть отрицательно в пяти, трех или хотя бы в одном столбце. Что и требовалось доказать.

***4. Написать общую формулу числа, которое как при делении на 6, так и при делении на 8 дает в остатке 5. ( Ответ объяснить).***

 Решение:

Числа, которые при делении на 6 дают в остатке 5 задаются формулой n=6k+5. Числа, которые при делении на 8 дают в остатке 5 задаются формулой n=8k+5. НОК(6,8)=24. Значит, числа, которые при делении и на 6, и на 8 дают в остатке 5 задаются формулой n=24k+5.

Ответ: n=24k+5, где к=0, 1, 2, 3, …

***5****.* ***Доказать, что  делится без остатка на 10.***

Решение:

Найдем, на какую цифру заканчивается уменьшаемое и вычитаемое.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| степень | Последняя цифра для основания 43 | Последняя цифра для основания 17 |
| 1 | 3 | **7** |
| 2 | 9 | 9 |
| 3 | **7** | 3 |
| 4 | 1 | 1 |
| 5 | 3 | 7 |
| 6 | 9 | 9 |

Мы видим, что последние цифры начинают повторяться через шаг, равный 4. Так как 43:4=10(ост 3), то 4343 оканчивается на 7. Так как 17:4=4(ост 1), то 1717 оканчивается на 7. Тогда разность этих чисел будет заканчиваться на 0, и по признаку делимости оно будет делиться на 10. И требовалось доказать.

***6. Вася сказал в этом году: « Мне будет  лет, когда пойдет год ». В каком году родился Вася?***

Решение:

По таблице квадратов ближайший квадрат, значение которого больше 2016, равен 2025=452. Следовательно, в 2025 году Васе будет 45 лет, и он родился в 2025-45=1980 году.

Ответ: 1980.

***7. Найдите наименьший угол между часовой и минутной стрелкой, если часы показывают 12 ч 35 мин.***

Решение:

Весь циферблат составляет 360°. Возьмем за начало отсчета число 12. Часовая стрелка проходит полный круг за 12 часов или 720 минут, значит за 1 минуту проходит 360/720=0,5°, тогда за 35 минут она пройдет 17,5°. Минутная стрелка совершает полный круг за 60 минут, значит за 1 минуту она проходит 360/60=6°. Минутная стрелка за 35 минут пройдет угол 6∙35=210°.

Угол между часовой и минутной стрелкой составит 210-17,5=192,5° . Так как нам надо найти наименьший угол, то он равен 360°-192,5°=167,5°

Ответ: 167,5.

***8. Число 56 разложите на два слагаемых так, чтобы  первого слагаемого была равна  второго.***

 Решение: пусть первое слагаемое равно х, тогда второе слагаемое равно (56-х), так как их сумма равна 56. По условию задачи $\frac{1}{3}x=\frac{1}{4}(56-x)$

 Решим уравнение.

$$\frac{x}{3}=\frac{56-x}{4}; 4x=3\left(56-x\right); 4x+3x=168; x=24,$$

 значит первое число равно 24, тогда второе число равно 56-24=32.

 Ответ: 24 и 32.

***9. На дальней планете, имеющей форму шара, суша занимает больше половины поверхности планеты. Докажите, что можно прорыть туннель, проходящий через центр планеты, который соединит сушу с сушей.***

 Решение: представим половину поверхности планеты в виде множества точек А, а вторую половину В. Так как туннель проходит через цент планеты, значит один его конец будет принадлежать множеству А, а другой – противоположному множеству В. Д ля того, чтобы туннель не соединял сушу с сушей, вся суша должна располагаться только в одном множестве А или В, а это ровно половина всей поверхности. П условию сказано, что суша занимает больше половины, следовательно и в другом множестве тоже есть суша. Следовательно, можно прорыть туннель, проходящий через центр планеты, который соединит сушу с сушей. Что и требовалось доказать.

***10. Сколькими способами можно распределить 12 различных учебников между четырьмя учениками?***

 Решение: первый ученик может взять любые три из 12 книг, второй ученик – любые три из оставшихся 9 книг, третий – любые 3 из оставшихся 6 книг, а четвертый – то, что осталось. Тогда общее число способов, как можно распределить 12 учебников между четырьмя учениками равно

$$C\_{12}^{3}∙C\_{9}^{3}∙C\_{6}^{3}=\frac{12!}{3!∙9!}∙\frac{9!}{3!∙6!}∙\frac{6!}{3!∙3!}=\frac{12!}{3!∙3!∙3!∙3!}=\frac{4∙5∙6∙7∙8∙9∙10∙11∙12}{6∙6∙6}=5∙7∙8∙10∙11∙12=369600$$

 Ответ: 369600