

Олимпиадная олимпиада
по математике

3 тур 7 класс

1. Упростим уравнение:

$$1) \frac{1}{25 \cdot 26} \cdot 150 = \frac{3}{13}$$

$$2) \frac{1}{26 \cdot 27} \cdot 150 = \frac{25}{13 \cdot 9}$$

$$3) \frac{1}{27 \cdot 28} \cdot 150 = \frac{25}{9 \cdot 14}$$

$$4) \frac{1}{28 \cdot 29} \cdot 150 = \frac{75}{14 \cdot 29}$$

$$5) \frac{1}{29 \cdot 30} \cdot 150 = \frac{5}{29}$$

$$6) \frac{29 \cdot 25}{9 \cdot 14} + \frac{9 \cdot 75}{14 \cdot 29} = \frac{725 + 675}{9 \cdot 14 \cdot 29} = \frac{1400}{9 \cdot 14 \cdot 29} = \frac{100}{9 \cdot 29}$$

$$7) \frac{100}{9 \cdot 29} + \frac{9 \cdot 5}{29} = \frac{745}{9 \cdot 29} = \frac{5}{9}$$

$$8) \frac{25}{13 \cdot 9} + \frac{13 \cdot 5}{9} = \frac{25 + 65}{13 \cdot 9} = \frac{90}{13 \cdot 9} = \frac{10}{13}$$

$$9) \frac{3}{13} + \frac{10}{13} = \frac{13}{13} = 1.$$

Решим уравнение: $1 + 1,03 : (10,3 \cdot (x-1)) = 11$

$$1,03 : (10,3 \cdot (x-1)) = 11 - 1$$

$$1,03 : (10,3 \cdot (x-1)) = 10$$

$$10,3 \cdot (x-1) = 1,03 : 10$$

$$10,3 \cdot (x-1) = 0,103$$

$$x-1 = 0,103 : 10,3$$

$$x-1 = 0,01$$

$$x = 0,01 + 1$$

$$x = 1,01$$

2. 1) $100\% + 80\% = 180\% = 1,8$ (объем строительных работ по сравнению с первоначальной)

2) $100\% + 20\% = 120\% = 1,2$ (производительность труда по сравнению с первоначальной).

3) $1,8 : 1,2 = 1,5 = 150\%$ - составит количество необходимой работы по сравнению с первоначальной.

$$4) 150\% - 100\% = 50\%$$

Ответ: на 50% нужно увеличить число рабочих.

3. Найдём произведение всех чисел. Оно отрицательно. Произведение всех чисел равно произведению чисел в столбцах. А так как произведение всех чисел отрицательное, то оно должно быть отрицательное в пяти, трех или хотя бы в одном столбце. Что и требовалось доказать!

$$4. a:6, a=c \cdot 6+5$$

$$a:8, a=c \cdot 8+5$$

НОК (6; 8) = 24 - значит a делится на 24

$$a = 24 \cdot c + 5$$

$$5. 43^{43} - 17^{17}$$

$$43^{43} = \underbrace{43 \cdot 43 \cdot \dots \cdot 43}_{43 \text{ раз}} \cdot 43 \cdot 43 \cdot 43$$

40 раз оканчивается на 1, а все произведение оканчивается на 7

$$17^{17} = \underbrace{17 \cdot 17 \cdot 17 \cdot 17 \cdot \dots \cdot 17}_{17 \text{ раз}}$$

16 раз оканчивается на 1, а все произведение оканчивается на 0, т.е. число делится на 10.

6. Пусть $n=44$, тогда $n^2=44^2=1936$ год, значит 44 года Васе $\Rightarrow$ он родился в $(1936-44)=1892$ году

Пусть $n=45$, тогда $n^2=45^2=2025$ год, значит в 2025 году Васе будет 45 лет, родился в $(2025-45)=1980$ году

Пусть $n=46$, тогда $n^2=46^2=2116$ год, значит в 2116 году Васе будет 46 лет, родился в $(2116-46)=2070$ году

П.п. сейчас идет 2016 год, далее делаем ответ 45 лет Васе будет в 2025 году; родился в 1980 году. Сейчас ему 36 лет.

Ответ: $n=45$; $n^2=2025$, родился в 1980 году

7. За каждые 5 минут минутная стрелка проходит угол равный 30° -

$$360^\circ:12=30^\circ$$

За каждую минуту стрелка сдвигается на 6° -

$$360^\circ:60=6^\circ$$

Когда минутная стрелка пройдет 35 мин, часовая стрелка пройдет, при этом 2,5 мин. Это $15^\circ - 2,5 \text{ мин} \cdot 6^\circ = 15^\circ$

За 12 и 35 минут стрелки создадут угол в 195°

$6^\circ \cdot 30 + 15^\circ = 195^\circ$ - этот угол является наибольшим. Найдем наименьший угол, который создали стрелки (на рисунке он отмечен красным цветом)

$$360^\circ - 195^\circ = 165^\circ$$



Ответ: 165°

8. $I = x$

$II = 56 - x$

1) $\frac{1}{3}x = \frac{1}{4}(56-x) \quad | \cdot 12$

$4x = 3(56-x)$

$4x = 168 - 3x$

$4x + 3x = 168$

$7x = 168$

$x = 24$

2) $56 - 24 = 32$

$I = 24$

$II = 32$

9.



Покрасим шар на планете в зелёный цвет,
а воду в синий цвет. Так как шар зак-
мает больше половины, то найдётся точка
на планете, покрашенная в один цвет.
Через её и надо пройтись туннель.

10. $A \frac{4}{12}! = 9 \times 10 \times 11 \times 12 = 11880$

Ответ: 11880 способами