**Решение 3 тура**

**Акмуллинской олимпиады по математике**

7 класс

1. Найти  из равенства

**Решение:**

1. $\frac{1}{25\*26}$ + $\frac{1}{26\*27}$ + $\frac{1}{27\*28}$ + $\frac{1}{28\*29}$ + $\frac{1}{29\*30}$ = $\frac{1}{25}$ - $\frac{1}{26}$ + $\frac{1}{26}$ - $\frac{1}{27}$ + $\frac{1}{27}$ - $\frac{1}{28}$ +$ \frac{1}{28}$ - $\frac{1}{29}$ +$ \frac{1}{29}$ - $\frac{1}{30}$ = $\frac{1}{25}$ - $\frac{1}{30}$
2. $( \frac{1}{25}$ - $\frac{1}{30})\* $150 + 1,03: (10,3(х-1)) = 11

1\* 150 + 1,03: (10,3(х-1)) = 11

150 + 1,03: (10,3(х-1)) = 11

 1,03: (10,3(х-1)) = 11- 150

 1,03: (10,3(х-1)) = - 139

 10,3(х-1) = $\frac{1,03}{-139}$

 х-1 = $\frac{1,03}{-139\*10,3}$

 х-1 = $\frac{1}{-1390}$

 х = $\frac{1}{-1390}$ + 1

 х = $\frac{1389}{1390}$

**Ответ: х =** $\frac{1389}{1390}$

1. Объем строительных работ увеличивается на 80%. На сколько процентов нужно увеличить число рабочих, если производительность труда будет увеличена на 20%.

**Решение:**

1. 100% + 80% = 180 % = 1,8 (объем строительных работ по сравнению с первоначальным)
2. 100% + 20% = 120% =1,2 (производительность труда по сравнению с первоначальной)
3. 1,8:1,2 = 1,5 = 150 % (количество рабочих по сравнению с первоначальным)
4. 150%-100% = 50 %

**Ответ: число рабочих надо увеличить на 50 %**

1. Квадрат 5х5 заполнен числами так, что произведение чисел в каждой строке отрицательно. Докажите, что найдется столбец, в котором произведение всех чисел также отрицательно.

**Решение:**

Найдем произведение всех чисел. Оно отрицательно.

Произведение всех чисел равно произведению чисел в столбцах.

А так как произведение всех чисел отрицательно, то оно должно быть отрицательно в пяти, трех или хотя бы в одном столбце. Ч.т.д.

1. Написать общую формулу числа, которое как при делении на 6, так и при делении на 8 дает в остатке 5. ( Ответ объяснить).

**Решение:**

Найдем сначала число, которое делится и на 6 и на 8 нацело.

НОК(6,8) =2\*2\*2\*2\*3=24.

6=2\*3, 8=2\*2\*2\*2

24а+5, где а- любое натуральное число.

1. Доказать, что  делится без остатка на 10.

**Решение:**

Вспомним признак делимости числа на 10. Число делится на 10, если оканчивается на 0 или 5. Узнаем, чем оканчивается разность 4343 – 1717.

1. 431 = 43, 432=1849, 433= 79507, 434= 3418801, 435= 147008443, …. Последняя цифра повторяется каждые 4 степени. 43:4 = 10 (остаток 3) => 43 43  оканчивается на ту же цифру, что 433 , то есть на 7. Значит 4343 = ……7
2. 171=17, 172=289, 173=4913,174=83521, 175=1419857, ….. Последняя цифра повторяется каждые 4 степени. 17:4 = 4 ( остаток 1) => 17 17  оканчивается на ту же цифру, что 171 , то есть на 7 . Значит 1717=……7.
3. Из этого следует, что разность 4343 – 1717=……0. А значит, по признаку делимости числа на 10 делится без остатка на 10. Ч.т.д.
4. Вася сказал в этом году: « Мне будет  лет, когда пойдет год ». В каком году родился Вася?

**Решение:**

Предположим, что Ваня мог родиться либо в конце 20 , либо в начале 21 века. В таблице квадратов двузначных чисел найдем число, которое удовлетворяет данному условию. Это число равно 2025.

2025 = 452. Следовательно, в 2015 году Ване будет 45 лет. 2025 – 45 = 1980 .

**Ответ: 1980 год**

1. Найдите наименьший угол между часовой и минутной стрелкой, если часы показывают 12 ч 35 мин.

**Решение:**
1) Найдем, какому количеству градусов соответствует 1 деление часов из 60: 360/60=6
2) Vчасовой = 5 дел/60 минут=1/12 дел/минута , Vминутной = 1 дел/минута
3) Разница их скоростей: 1-1/12=11/12
4) Найдем угол 35\*11/12\*6 = 192.5
5) меньший 360-192,5 = 167,5 градусов

**Ответ:** **167,5 градусов**

1. Число 56 разложите на два слагаемых так, чтобы  первого слагаемого была равна  второго.

**Решение:**

Пусть первое слагаемое – х, а второе – у. Составим и решим систему уравнений.
$$\left\{\begin{array}{c}х+у=56\\\frac{1}{3} х= \frac{1}{4} у |\*12\end{array}\right. \left\{\begin{array}{c}х+у=56\\4 х= 3 у\end{array}\right. \left\{\begin{array}{c}х+у=56\\ х= 0,75 у\end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{c}0,75 у+у=56\\ х= 0,75 у\end{array}\right. \left\{\begin{array}{c}1,75 у=56\\ х= 0,75 у\end{array}\right. \left\{\begin{array}{c}у=56:1,75\\ х= 0,75 у\end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{c}у=32\\ х= 0,75\*32\end{array} \right.\left\{\begin{array}{c}у=32\\ х= 24\end{array}\right.$$

Значит, первое слагаемое – 24, а второе – 32.

**Ответ: 56 = 24+32**

1. На дальней планете, имеющей форму шара, суша занимает больше половины поверхности планеты. Докажите, что можно прорыть туннель, проходящий через центр планеты, который соединит сушу с сушей.

**Решение:**

Покрасим всю сушу в синий цвет, а все точки, диаметрально противоположные суше – в красный. Площади синей и красной частей планеты будут равными. Если все красные точки покрыты водой, получаем противоречие с условием задачи. Поэтому найдется точка, покрашенная в оба цвета. В ней и надо рыть туннель

1. Сколькими способами можно распределить 12 различных учебников между четырьмя учениками?

**Решение:**

Книги разные. $C\_{12}^{3}$\* $C\_{9}^{3}$\*$C\_{6}^{3}$\* 1= $\frac{12!}{3!9!}$\* $\frac{9!}{3!6!}$ \* $\frac{6!}{3!3!}$ = $\frac{12!}{3!3!3!3!}$ = $\frac{4\*5\*6\*7\*8\*9\*10\*11\*12}{3!3!3!}$ = $ \frac{4\*5\*6\*7\*8\*9\*10\*11\*12}{2\*3\*2\*3\*2\*3}$ = 369600

**Ответ: 369600 cпособов**