

1.

$$\left(\frac{1}{25 \cdot 26} + \frac{1}{26 \cdot 27} + \frac{1}{27 \cdot 28} + \frac{1}{28 \cdot 29} + \frac{1}{29 \cdot 30} \right) \cdot 150 + 1,03 \cdot (10,3 \cdot (x-1)) = 11$$

$$\left(\frac{1}{25 \cdot 26} + \frac{1}{26 \cdot 27} + \frac{1}{27 \cdot 28} + \frac{1}{28 \cdot 29} + \frac{1}{29 \cdot 30} \right) \cdot 150 =$$

$$= \frac{150}{25 \cdot 26} + \frac{150}{26 \cdot 27} + \frac{150}{27 \cdot 28} + \frac{150}{28 \cdot 29} + \frac{150}{29 \cdot 30} =$$

$$\frac{150}{5 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 2} + \frac{150}{13 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} + \frac{150}{3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 2} + \frac{150}{2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 29} + \frac{150}{29 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5}$$

$$= \frac{3}{13} + \frac{25}{13 \cdot 3 \cdot 3} + \frac{25}{3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 2} + \frac{75}{7 \cdot 2 \cdot 29} + \frac{5}{29} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 29 + 25 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 29 + 25 \cdot 13 \cdot 29 + 75 \cdot 13 \cdot 3 \cdot 3 + 5 \cdot 13 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7}{13 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 29}$$

$$= \frac{27 \cdot 14 \cdot 29 + 50 \cdot 7 \cdot 29 + 25 \cdot 13 \cdot 29 + 75 \cdot 13 \cdot 9 + 5 \cdot 13 \cdot 9 \cdot 14}{13 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 29}$$

$$= \frac{10962 + 10150 + 9425 + 8775 + 8190}{47502} =$$

$$\frac{47502}{47502} = 1$$

Другое уравнение

$$1 + 1,03 \cdot (10,3 \cdot (x-1)) = 11$$

$$1,03 \cdot (10,3 \cdot (x-1)) = 11 - 1$$

$$4,03 : (10,3 - (x-1)) = 10$$

$$10,3 \cdot (x-1) = 4,03 \cdot 10$$

$$10,3 \cdot (x-1) = 40,3$$

$$x-1 = 40,3 : 10,3$$

$$x-1 = 3,91$$

$$x = 3,91 + 1$$

$$x = 4,91$$

$$\text{Ответ: } x = 4,91$$

2. Объем строительных работ увеличивается на 80%. На сколько процентов нужно увеличить число рабочих, если производительность труда будет увеличена на 20%?

Решение:

$100\% + 80\% = 180\% = 1,8$ (объем строительных работ по сравнению с первоначальным)

$100\% + 20\% = 120\% = 1,2$ (производительность труда по сравнению с первоначальной)

$1,8 : 1,2 = 1,5 = 150\%$ — количество рабочих, необходимых теперь по сравнению с первоначальным т.е. на 50% надо увеличить

число рабочих

Ответ: на 50% надо увеличить число рабочих.

3. Квадрат 5×5 заполнен числами так, что произведение чисел в каждой строке отрицательно. Докажите, что найдется столбец, в котором произведение всех чисел также отрицательно.

Доказательство:

Так как произведение чисел в одной строке отрицательно по условию задачи, то произведение всех чисел во всех пяти строках также будет отрицательным.

С другой стороны произведение всех чисел равно и произведению всех чисел в 5-ти столбцах. А поскольку произведение всех чисел отрицательно, то найдется столбец, в котором произведение чисел будет отрицательно.

4. Написать общую формулу числа, которое при делении на 6, так и на 8 дает в остатке 5.

Теорема:

$6n+5$ — формула деления на 6 с остатком 5

$8n+5$ — формула деления на 8 с остатком 5.

$$6 \cdot 8 = 48$$

$48n+5$ — общая формула деления на 6 и на 8 с остатком 5.

5. Доказать, что $43^{43} \cdot 17^{17}$ делится без остатка на 10.

Доказательство:

Рассмотрим последние цифры при возведении в степень:

$$43^1 - 3$$

$$43^2 - 9$$

$$43^3 - 7$$

$$43^4 - 1$$

$$43^5 - 3$$

Данные повторяются с периодом 4

остаток от деления 43 на 4 равен 3, поэтому 43^{43} степени заканчивается на 7.

$$17^1 - 7$$

$$17^2 - 9$$

$$17^3 - 3$$

$$17^4 - 1$$

$$17^5 - 7$$

Дальше повторяются с периодом 4

остаток от деления 17 на 4 равен 1 , поэтому

17^{17} заканчивается на 7

разница заканчивается на 7 0 соответственно
но число делится на 10 без остатка

т.е. д.

6. Вася сказал: „Мне будет n лет, когда пойдет n^2 год“. В каком году родился Вася?
Детише:

$$n = 45$$

$$n^2 = 45 \text{ лет} \cdot 45 = 2025 \text{ год}$$

$$2025 - 45 = 1980 \text{ год родился Вася.}$$

Ответ: в 1980 году родился Вася.

7. Найдите наименьший угол между часовой и минутной стрелкой, если часы показывают 12 ч. 35 мин.

Решение:

Часовая стрелка $360 : (12 \cdot 60) \cdot 35 = 17,5^\circ$ градусов

Минутная стрелка $360 : 60 \cdot 35 = 210^\circ$ градусов

$$210^\circ - 17,5^\circ = 192,5^\circ$$

$$360^\circ - 192,5^\circ = 167,5^\circ$$

Ответ: наименьший угол между часовой и минутной стрелкой, если часы показывают 12 часов 35 минут равен $167,5^\circ$

8. Число 56 разложите на два слагаемых так чтобы $\frac{1}{3}$ первого слагаемого было равно $\frac{1}{4}$ второго

Решение:

Пусть x первое слагаемое

y второе слагаемое

Составлю (уравнение) систему уравнений и решу её

$$x + y = 56$$

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$$

Выразим x через y

$$x = 56 - y$$

Подставим:

$$(56 - y) \cdot 3 = y \cdot 4$$

$$224 - 4y - 3y = 0$$

$$224 = 7y$$

$$y = 224 : 7$$

$$y = 32$$

$$x + 32 = 56$$

$$x = 56 - 32$$

$$x = 24$$

Ответ: первое сечение 24, второе сечение 32

9. На дробке мякоти, имеющей форму шара, одна занимает больше половины поверхности мякоти. Докажите, что можно провести ту^ю плоскость проходящую через центр

планеты, который соединит сушу с сушей.
Решение:

Покрасим сушу на планете в зеленый цвет, а поверхность планеты симметричную суше в синий. Так как суша занимает больше половины поверхности планеты, то найдется точка на планете покрашенной в оба цвета. Через нее проведем ^и туннель.

10.

Сколькоими способами можно распределить 12 различных учебников между четырьмя учениками?

Решение:

Путь будем использовать комбинаторику размышления.

$$\frac{12!}{(12-4)!} = \frac{12!}{8!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12}{\cancel{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}}$$
$$= 11880$$

Ответ: 11880 способами можно распределить 12 различных учебников между 4 учениками.