Задача №1

1)для 1 тела c\*m2(100-40)=c\*m1(40-10)  
2 для двух горячих тел  
с\*2\*m2\*(100-t)=c\*m1(t-10)  
разделим уравнения ( левую часть на левую....)

2\*(100-t)/60=(t-10)/30  
200-2\*t=2\*t-20

4\*t=220

t=55

Ответ:55

Задача №3

Пусть при прохождении точки π/2 шарик будет иметь скорость V2.  
Заметим, что при прохождении точки π/2 шарик должен иметь неотличимое натяжение нити, иначе она согнется и полный оборот не получится.  
Тогда по второму закону Ньютона имеем: mg = ma, т.е. a = g  
Центростремительное ускорение шарика в точке π/2: g = V2^2 / R => V2^2 = g R  
Теперь прибегнем к закону сохранения энергии (в точке -π/2 и π/2). Получаем (V1 -  начальная скорость шарика, которую мы ищем):  
mV1^2 / 2 = mV2^2/2 + mg2R  
mV1^2 / 2 = (mgR + 4mgR) / 2  
mV1^2 = 5mgR  
V1 = √5gR

Ответ: √5gR

Задача №8

**Решение**.  
Пусть  **r1 < r2** − радиусы проводников, тогда их сопротивления

**R1 = ρl/S1 = ρl/(πr12)** и **R2 = ρl/S2 = ρl/(πr22)**

Температура проводника становится постоянной при условии, что вся теплота, которая выделяется в проводнике

**Q = I2Rt = (U2/R)t**,

будет рассеиваться в окружающую среду. Согласно закону теплообмена Ньютона

**Q = k(T − To)St**,

где **k** − коэффициент теплообмена, **T** и **To** − соответствующие температуры проводника и окружающей среды, **S = 2πrl** − площадь боковой поверхности проводника, **t** − время.  
а) Рассмотрим последовательное соединение проводников. 

**I2R1t = k(T1 − To)2πr1lt; I2R2t = k(T2 − To)2πr2lt;**.

Разделив первое уравнение на второе

**R1/R2 = (T1 − To)r1/((T2 − To)r2)**

или, после замены сопротивлений

**r22/r12 = (T1 − To)r1/((T2 − To)r2)** и **r23/r13 = (T1 − To)/(T2 − To)**.

 **Вывод**: так как **r1 < r2**, то **T1 > T2**, тонкая проволочка разогревается до более высокой температуры.  
б) Рассмотрим параллельное соединение проволочек. 

**(U2/R1)t = k(T1 − To)2πr1t, (U2/R2)t = k(T2 − To)2πr2t**.

Разделим первое уравнение на второе

**R2/R1 = (T1 − To)r1/((T2 − To)r2)**

или

**r1/r2 = (T1 − To)/(T2 − To)**.

 **Вывод**: так как **r1 < r2**, то **T2 > T1**, толстая проволочка разогревается до более высокой температуры

Задача № 9

**Решение**.  
Поскольку  **α ≥ β**, тень от камня будет двигаться по земле сначала влево, а затем вправо. Конечное положение тени совпадает с точкой падения камня. Если обозначить расстояние от точки броска до крайней левой точки траектории камня **yo**, а дальность полета камня **s**, то путь, пройденный тенью, будет равен

**l = 2yo + s**.

Для удобства вычисления  **yo** введем ось **x**, направленную из точки броска перпендикулярно солнечным лучам. Тогда координата тени **y** определяется исключительно координатой камня **х**:

**y = x/sinβ**.

Проекция начальной скорости камня на ось  **x** равна

**vx = vsin(α − β)**,

проекция ускорения свободного падения на ось **х** равна

**gx = −gcosβ**.

Следовательно, максимальное значение координаты **x** камня в процессе движения равно

**xo = −vx2/(2gx) = v2sin2(α − β)/(2gcosβ)**.

Таким образом, максимальное смещение тени камня влево составляет

**Yo = xo/sinβ = v2sin2(α − β)/(2gsinβcosβ)**.

Пользуясь тем, что дальность полета камня равна

**s = 2v2sin?cos?/g**,

получаем ответ

**l = v2sin2(α − β)/(gsinβcosβ) + 2v2sinαcosα/g = (sin2αctgβ + cos2αtgβ)v2/g**.

Ответ: **l = v2sin2(α − β)/(gsinβcosβ) + 2v2sinαcosα/g = (sin2αctgβ + cos2αtgβ)v2/g**.

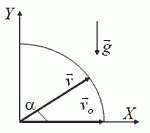
Задача №10

**Решение** Хорошо известно, что максимальная дальность полета тела, брошенного под углом к горизонту, достигается при угле вылета равном **45°** и определяется формулой:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| S = | vo2 | .       (1) |
| g |

Из этой формулы можно найти скорость, которую катапульта сообщает камню:

|  |
| --- |
| vo = √(gS) = 15 м/с. |

Рассмотрим теперь полет камня, выпущенного из движущейся катапульты. Введем систему координат, оси которой: **X** — направлена горизонтально, а **Y** — вертикально. Начало координат совместим с положением катапульты в момент вылета камня.

Для вычисления вектора скорости камня необходимо учесть горизонтальную скорость движения катапульты **v = v**o. Допустим, что катапульта выбрасывает камень под углом **α** к горизонту. Тогда компоненты начальной скорости камня в нашей системе координат могут быть записаны в виде:

|  |
| --- |
| vxo = vo + vo cos α, |

|  |
| --- |
| vyo = vosin α.       (2) |

Закон движения камня имеет вид:

|  |
| --- |
| x = vxo = vo(1 + cos α)t, |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| y = vyot − | gt2 | = vot sin α − | gt2 | .       (3) |
| 2 | 2 |

Из второго уравнения системы (3) найдем время полета, положив **y = 0**,

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| τ = | 2vo sin α | .       (4) |
| g |

Подставив это выражение в первое уравнение системы (3), получим дальность полета камня:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| S1 = vo(1 + cos α) | 2vo sin α | .       (5) |
| g |

Отвлечемся немного от решения данной конкретной задачи и порассуждаем о полученном выражении.

Во-первых, если катапульта неподвижна (**v = 0**), то формула (5) переходит в известное выражение для дальности полета тела, брошенного с начальной скоростью под углом к горизонту:

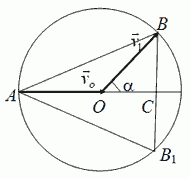
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| S/ = | 2vo2 sin α cos α | .       (6) |
| g |

Во-вторых, из (5) совсем не следует, что **S**1 будет максимально при **α = 45°** (это справедливо для (6), когда **v = 0**).

Предлагая эту задачу на республиканскую олимпиаду, авторы были убеждены, что девять десятых участников получат формулу (5) и затем подставят в нее значение **α = 45°**. Однако, к нашему сожалению, мы ошиблись: ни один из олимпийцев не усомнился в том, что максимальная дальность полета всегда (!) достигается при угле вылета, равном **45°**. Этот широко известный факт имеет ограниченные рамки применимости: он справедлив только, если:

а) не учитывать сопротивление воздуха;   
б) точка вылета и точка падения находятся на одном уровне;  
в) метательный снаряд неподвижен.

Вернемся к решению задачи. Итак, нам необходимо найти значение угла **α**, при котором **S**1 определяемое формулой (5), максимально. Можно, конечно, найти экстремум функции, используя аппарат дифференциального исчисления: найти производную, положить ее равной нулю и, решив полученное уравнение, найти искомое значение **α**. Однако, учитывая, что задача была предложена ученикам 9-х классов, мы дадим ее геометрическое решение. Воспользуемся тем обстоятельством, что **v = v**o**= 15 м/с**.

Расположим векторы **v** и **v**o как показано на рис. Так как их длины равны, то вокруг них можно описать окружность с центром в точке О. Тогда длина отрезка **AC** равна **v**o**+ v**o**cos α** (это есть **v**xo ), а длина отрезка **BC** равна **v**o**sin α** (это **v**yo). Их произведение равно удвоенной площади треугольника **АВС**, или площади треугольника **АВВ**1.

Обратите внимание, что именно произведение входит в выражение для дальности полета (5). Иными словами, дальность полета равна произведению площади **ΔАВВ**1 на постоянный множитель **2/g**.

А теперь зададимся вопросом: какой из вписанных в данную окружность треугольников имеет максимальную площадь? Естественно, правильный! Поэтому искомое значение угла **α = 60°**.

Вектор **AB** есть вектор полной начальной скорости камня, он направлен под углом **30°** к горизонту (опять же отнюдь не **45°**).

Таким образом, окончательное решение задачи следует из формулы (5), в которую следует подставить **α = 60°**.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| S1 = | 2vo2 | (1 + cos 60°) sin 60° = S | 3√3 | = **58.5 м**. |
| g | 2 |
| Ответ :58,5м |  |  |  |  |