1. Дано:

$c = 4,2 \cdot 10^3 \frac{Дж}{кг \cdot К}$

$t_1 = 10°C$

$t_2 = 100°C$

$t_3 = 40°C$

$t - ?$

Решение:

$c_1 m_1 (t_3 - t_1) = c_2 m_2 (t_2 - t_3)$

$c_1 m_1 (t - t_3) + c_2 m_2 (t - t_3) = c_2 m_2 (t_2 - t)$

$c_1 m_1 (t - t_3) = c_2 m_2 (t_2 + t_3 - 2t)$

$\frac{t - t_3}{t_3 - t_1} = \frac{t_2 + t_3 - 2t}{t_2 - t_3}$

$\frac{t - 40}{40 - 10} = \frac{100 + 40 - 2t}{100 - 40}$

$t - 40 = 70 - t$

$2t = 110$

$t = 55°C$

Ответ: $t = 55°C$

2. Дано:

v_1, v_2

S_1, S_2

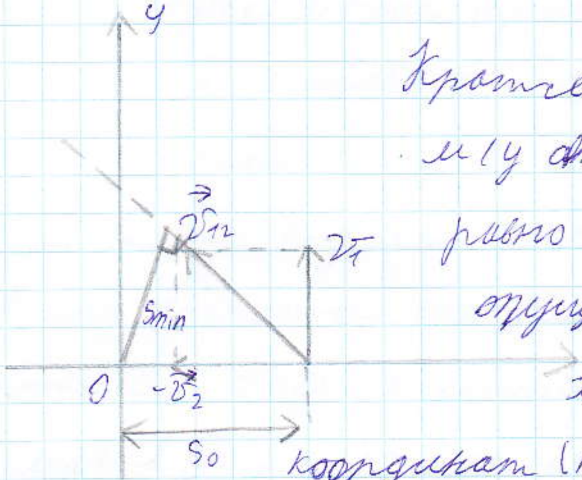
S_{min} — ?

Решение:

Пусть телом отсчета будет второй автомобиль. Тогда (v_{12}) скорость первого автомобиля относительно второго равна

$$\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$$

$$v_{12} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$



Кратчайшее расстояние м/у автомобилями (S_{min}) равно перпендикуляру опущенному из т. О (начало координат (положение второго автомобиля)) на прямую по которой движется первый относительно второго. $S_{min} = S_0 \sin\alpha$; $\sin\alpha = \frac{v_1}{v_{12}}$

$$S_{min} = \frac{S_0 v_1}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}$$

Ответ: $S_{min} = \frac{S_0 v_1}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}$

3. Дано:

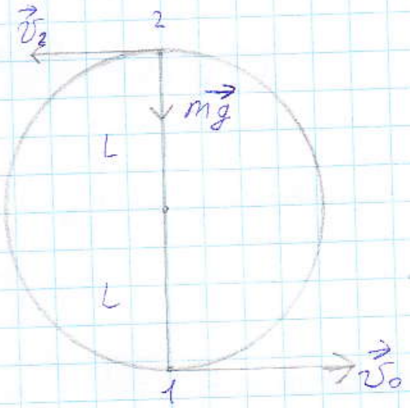
m

g

L

$v_0 - ?$

Решение:



Подвес может означать:

1. несгибаемый стержень.

2. нить.

1. Если шарик подвешен на стержне, то: шарику достаточно достигнуть точки 2 на скорости v_2, тогда вся кинетическая энергия полученная в точке 1 перейдёт в потенциальную =>

$$\Rightarrow \frac{m v_0^2}{2} = mg2L$$

$$v_0 = \sqrt{4gL} = 2\sqrt{gL}$$

2. Если шарик подвешен на нити, то: в точке 2 $mg = ma$ иначе шарик упадёт вниз $\Rightarrow a = g$;

$R = L$

$$a = g = \frac{v_2^2}{L}$$

Продолжение ниже

Продолжение задачи 3:

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_2^2}{2} + mg2L$$

$$\frac{v_0^2}{2} = \frac{gL}{2} + g2L \quad \text{или} \quad v_0^2 = gL + 4gL = 5gL$$

$$v_0 = \sqrt{5gL}$$

Ответ: $v_0 = \sqrt{5gL}$ – 2-й случай

$v_0 = 2\sqrt{gL}$ – 1-й случай.

4. Дано:

$\frac{\rho_2}{\rho_1} = 2,5$

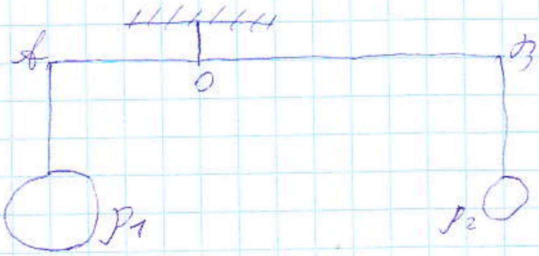
$\frac{AO}{OB} = \frac{1}{2}$

$\rho_в = 1000 \frac{кг}{м^3}$

$\rho_1 - ?$

$\rho_2 - ?$

Решение:



Условие равновесия

до погружения: $\rho_1 V_1 = 2 \rho_2 V_2$

после погружения:

$2(\rho_1 - \rho_в) V_1 = (\rho_2 - \rho_в) V_2$

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{2\rho_2}{\rho_1} = 5$

подставим это во вторую формулу и получим

$10\rho_1 - \rho_2 = 9\rho_в$ при условии $\frac{\rho_2}{\rho_1} = 2,5$ получим:

$\rho_1 = 1,2 \cdot \rho_в = 1200 \frac{кг}{м^3}$

$\rho_2 = 3 \cdot \rho_в = 3000 \frac{кг}{м^3}$

Ответ: $\rho_1 = 1200 \frac{кг}{м^3}$

$\rho_2 = 3000 \frac{кг}{м^3}$

5. Дано:

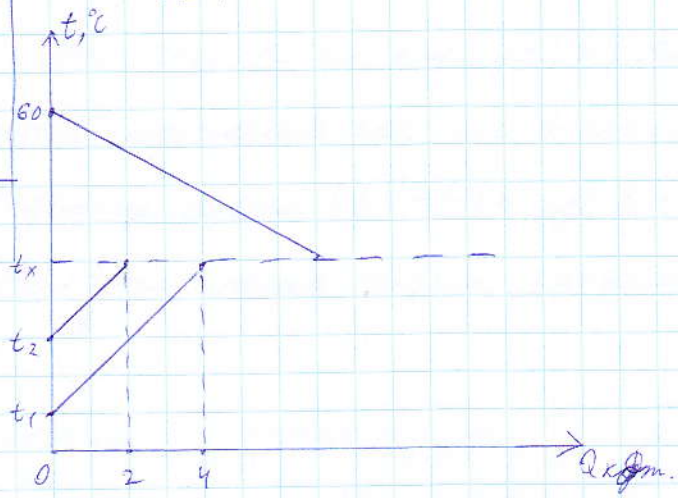
$m = 1$ Кг.

$c = 2000 \frac{Дж}{Кг \cdot °C}$

---

t - ?

Решение:



В результате теплообмена трех тел первое ($t = 60°C$) отдаёт кол-во теплоты Q, а два других получают кол-во теплоты $Q_1 = 4$ кДж и $Q_2 = 2$ кДж.

Уравнение теплового баланса: $Q = Q_1 + Q_2$

Учитывая что $Q = cm(t - t_x) \Rightarrow t = \frac{Q}{cm} + t_x$

$$t = \frac{4000 + 2000}{2000 \cdot 1} + 54 = 57 °C$$

Ответ: $t = 57°C$

6. Дано:
$v = 1$ м/с
$H = 2,4$ м.

$\rho - ?$

Решение:

Плотность песка в струе (ρ) может быть представлена как кол-во песчинок (N) в единице объема ($\Delta V = S\Delta h$, где S – площадь поперечного сечения трубки, Δh – элемент высоты)

$$\rho = \frac{N}{S \cdot \Delta h}$$

Скорость песчинок у конца трубки $v_1 = 1$ м/с, скорость v_2 на расстоянии $H = 2,4$ м от конца трубки: $v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2gH} = 7$ м/с, это мы нашли из уравнения: $H = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}$; $\rho = \frac{N}{S \cdot v \cdot \Delta t}$

Таким образом, средняя плотность песка обратно пропорциональна скорости песчинок на элементе высоты Δh => средняя плотность песка в струе на расстоянии 2,4 м. от конца трубки будет меньше в 7 раз, чем внутри трубки у её конца.

Ответ: в 7 раз меньше.

7. Дано:

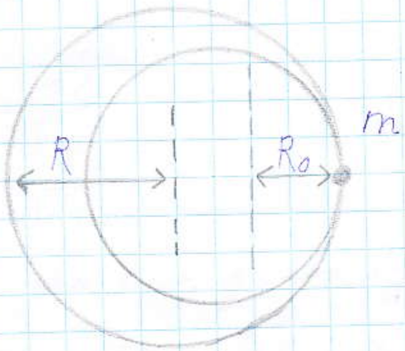
M

R

m

F_1 - ?

Решение:



Сила тяготения F_1 м/у сплошным шаром массой M и материальной точкой массой m:

$$F_1 = G\frac{Mm}{R^2}$$

Сила тяготение F_0 м/у полым шаром и материальной точкой m, находящейся на расстоянии $R_0 = \frac{5}{6}R$ от центра полости равна $F_1 - F_2$, где F_2 - сила тяготения м/у сплошным шаром радиусом $R_0 = \frac{5}{6}R$ (массой M_2) и материальной точкой массой m, находящейся на расстоянии $R_0 = \frac{5}{6}R$ от центра этого шара. Т.к. $M = \rho V = \frac{4}{3}\rho\pi R^3$ (т.е. $M \sim R^3$) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow M_2 = \left(\frac{5}{6}\right)^3 M$$

$$F_2 = G\frac{Mm}{R^2} - G\frac{\left(\frac{5}{6}\right)^3 Mm}{\left(\frac{5}{6}\right)^2 R^2} = \frac{1}{6}G\frac{Mm}{R^2} = \frac{1}{6}F_1$$

$F_2 = \frac{1}{6}F_1$ - сила тяготения м/у полым шаром и материальной точкой уменьшиться в 6 раз.

Ответ: $F_2 = \frac{1}{6}F_1$ — уменьшиться в 6 раз.

8. Пусть $r_1 < r_2$ - радиусы проводников, тогда их сопротивление:

$$R_1 = \frac{\rho L}{S_1} = \frac{\rho L}{(\pi r_1)^2}$$

$$R_2 = \frac{\rho L}{S_2} = \frac{\rho L}{(\pi r_2)^2}$$

Температура проводника будет постоянной при условии, что вся теплота, которая выделяется в проводнике ($Q = J^2 R t = \left(\frac{U^2}{R}\right) t$) будет рассеиваться в окружающую среду.

$$Q = k\,(T - T_0)\,S\,t$$

I При последовательном соединении проводников:

$$J^2 R_1 t = k\,(T_1 - T_0)\,2\pi r_1 L t$$

$$J^2 R_2 t = k\,(T_2 - T)\,2\pi r_2 L t$$

Отсюда: $R_1 = \frac{k(T_1 - T_0)\,2\pi r_1 L t}{J^2 t}$

$$R_2 = \frac{k(T_2 - T_0)\,2\pi r_2 L t}{J^2 t}$$

Найдем: $\frac{R_1}{R_2} = \frac{k(T_1 - T_0) r_1 2\pi L t}{J^2 t} : \frac{k(T_2 - T_0)\,2\pi r_2 L t}{J^2 t} =$

$$= \frac{k(T_1 - T_0)\cancel{2\pi} r_1 \cancel{L t} \cdot \cancel{J^2 t}}{\cancel{J^2 t} \cdot k(T_2 - T_0)\,2\pi r_2 L t} = \frac{(T_1 - T_0) r_1}{(T_2 - T_0) r_2}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{(T_1 - T_0) r_1}{(T_2 - T_0) r_2}$$

Продолжение ниже

Продолжение задачи 8:

$$\frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{(T_1-T_0)r_1}{(T_2-T_0)r_2} \quad \text{и} \quad \frac{r_2^3}{r_1^3} = \frac{T_1-T_0}{T_2-T_0}$$

Т.к. $r_1 < r_2$, то $T_1 > T_2$ => тонкая проволка разогревается до более высокой температуры

II При параллельном соединение проводников при $r_1 < r_2$

$$\left(\frac{U^2}{R_1}\right)t = k(T_1-T_0)\,2\pi r_1 t$$

$$\left(\frac{U^2}{R_2}\right)t = k(T_2-T_0)\,2\pi r_2 t$$

Отсюда: $R_1 = \frac{U^2 t}{k(T_1-T_0)2\pi r_1 t}$

$R_2 = \frac{U^2 t}{k(T_2-T_0)2\pi r_2 t}$

Найдём: $\frac{R_2}{R_1} = \frac{U^2 t}{k(T_2-T_0)2\pi r_2 t} : \frac{U^2 t}{k(T_1-T_0)2\pi r_1 t} =$

$$= \frac{U^2 t \cdot k(T_1-T_0)2\pi r_1 t}{k(T_2-T_0)2\pi r_2 t \cdot U^2 t} = \frac{(T_1-T_0)r_1}{(T_2-T_0)r_2}$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{(T_1-T_0)r_1}{(T_2-T_0)r_2}; \qquad \frac{r_1}{r_2} = \frac{T_1-T_0}{T_2-T_0}$$

Т.к. $r_1 < r_2$, то $T_2 > T_1$, => толстая проволка разогреется до более высокой температуры.

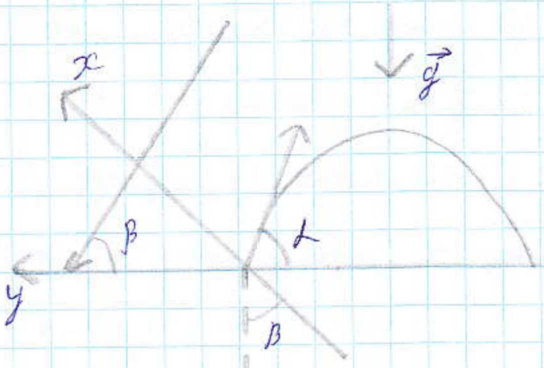
9. Дано:

$\alpha;\ v;\ \beta$

$\beta \le \alpha \le \frac{\pi}{2}$

$L - ?$

Решение:



$L = 2y_0 + S$; y_0 – расстояние от точки броска до крайней левой точки траектории

S – дальность полёта камня.

$y = \frac{x}{\sin\beta}$; $v_x = v\cdot\sin(\alpha-\beta)$; $g_x = -g\cos\beta$

$x_{max} = -\frac{v_x^2}{2g_x} = \frac{v^2\sin^2(\alpha-\beta)}{2g\cos\beta}$, x_{max} – максимальное значение x

$y_0 = \frac{x_{max}}{\sin\beta} = \frac{v^2\sin^2(\alpha-\beta)}{2g\sin\beta\cos\beta}$

$S = \frac{2v^2\sin?\cos?}{g}$

$L = \frac{v^2\sin^2(\alpha-\beta)}{g\sin\beta\cos\beta} + \frac{2v^2\sin\alpha\cos\alpha}{g} = \frac{v^2(\sin^2\alpha\,ctg\beta + \cos^2\alpha\,tg\beta)}{g}$

Ответ: $L = \frac{v^2(\sin\alpha\,ctg\beta + \cos^2\alpha\,tg\beta)}{g}$

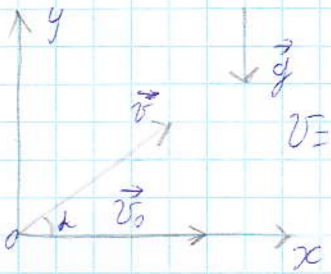
10. Дано:

$S = 22{,}5$ м.

$V = 15$ м/с

$g = 10$ м/с^2

$S_1 - ?$



Решение:

Максимальная дальность будет при $\angle = 45°$ и равна: $S = \frac{v_0^2}{g}$ (1)

Из формулы (1) можно найти скорость которую катапульта сообщает камню

$v_0 = \sqrt{(gS)} = 15$ м/с

$v = v_0$

$$v_{x0} = v_0 + v_0 \cos\alpha \quad (2_0)$$

$$v_{y0} = v_0 \sin\alpha \quad (2_1)$$

$$x = v_{x0} = v_0(1+\cos\alpha)t \quad (3_0)$$

$$y = v_{y0}t - \frac{gt^2}{2} = v_0 t \sin\alpha - \frac{gt^2}{2} \quad (3_1)$$

Из уравнение (3_1) найдем время при $y = 0$

$$t = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} \quad (4)$$

Подставив (4) уравнение в Уравнение (3_0) получим дальность полета камня.

$$S_1 = v_0(1+\cos\alpha)\frac{2v_0 \sin\alpha}{g} \quad (5)$$

$$S_1 = \frac{2v_0^2}{g}(1+\cos 45°)\sin 45°$$

$S_1 = 54{,}3$ м.

Ответ: $S_1 = 54{,}3$ м.