

1. Dano

$$C_1 = 4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$t_1 = 10^\circ\text{C}$$

$$t_2 = 100^\circ\text{C}$$

$$t_3 = 40^\circ\text{C}$$

$$t = ?$$

Решение

$$C_1 m_1 (t_3 - t_1) = C_2 m_2 (t_2 - t_3)$$

$$C_1 m_1 (t - t_3) + C_2 m_2 (t - t_3) = C_2 m_2 (t_2 - t)$$

$$C_1 m_1 (t - t_3) = C_2 m_2 (t_2 + t_3 - 2t)$$

$$\frac{t - t_3}{t_3 - t_1} = \frac{t_2 + t_3 - 2t}{t_2 - t_3}$$

$$\frac{t - 40}{40 - 10} = \frac{100 + 40 - 2t}{100 - 40}$$

$$t - 40 = 70 - t$$

$$2t = 110$$

$$t = 55^\circ\text{C}$$

$$\text{Ответ: } t = 55^\circ\text{C}$$

2. Дано

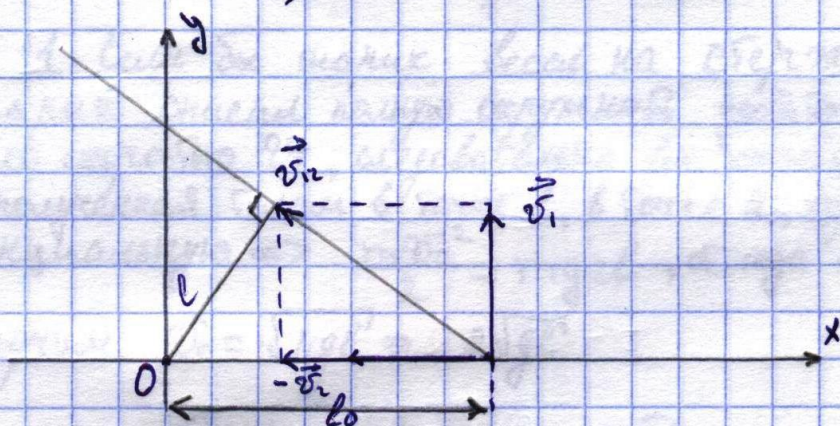
v_1, v_2

S_1, S_2

$l - ?$

Решение

Возьмем второй автомобиль как система отсчета, тогда $\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$; $v_{12} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$
эта скорость направлена под каким-то углом α к прямой, соединяющей автомобили в начальный момент времени $t=0$



Кратчайшее расстояние l м/д автомобилями равно перпендикуляру, опущенного из начала координат (из $S.O$).

$$l = l_0 \sin \alpha, \text{ где } \sin \alpha = \frac{v_1}{v_{12}}$$

$$l = \frac{l_0 v_1}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}$$

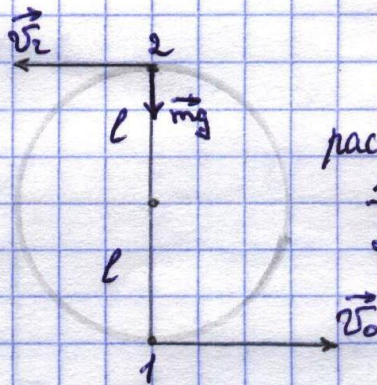
Ответ: $l = \frac{l_0 v_1}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}$

3. Дано

m, g, l

$v_0 = ?$

Решение



Тогда можно
рассмотреть как:

1. несмещенный стержень
2. нить

1. Если бы шарик висел на стержне, то чтобы шарик описал полную окружность, достаточно достигнуть точки 2 со скоростью v_2 , следовательно вся кинетическая энергия полученная телом в точке 1, в точке 2, будет переходить в потенциальную $\Rightarrow \frac{mv_0^2}{2} = mgl$, отсюда выразим v_0 , что получим $v_0 = \sqrt{4gl} = 2\sqrt{gl}$

2. Теперь рассмотрим шарик на нити.

В точке 2 скорость v_2 будет близка к нулю, сила тяжести mg , будет определять ускорение $mg = ma$, но шарик может упасть если не выполнено условие $g = a$, т.к. шарик движется по окружности, то $R = l$, а $v^2 \neq 0 \Rightarrow$ будет центростремительное ускорение $\Rightarrow g = a = \frac{v_2^2}{l}$

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + mgl ; \frac{v_0^2}{2} = \frac{g l}{2} + gl \text{ или } v_0^2 =$$
$$= gl + 4gl = 5gl$$
$$v_0 = \sqrt{5gl}$$

Ответ: 1. $v_0 = 2\sqrt{gl}$; 2. $v_0 = \sqrt{5gl}$

4. Дано

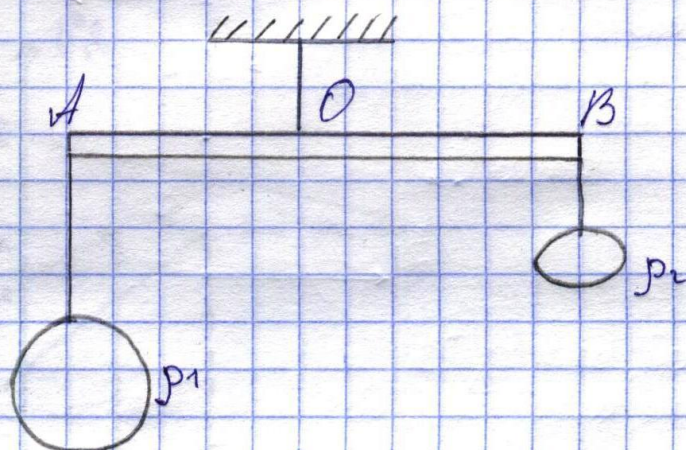
$$AO:OB = 1:2$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = 2,5$$

$$\rho_6 = 1000 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_1 = ? ; \rho_2 = ?$$

Решение



(1) $\rho_1 V_1 = 2 \rho_2 V_2$ — условие равновесия, го погружения в воду.

(2) $2(\rho_1 - \rho_6)V_1 = (\rho_2 - \rho_6)V_2$ — после погружения.

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{2\rho_2}{\rho_1} = 5 \text{ — выразим из (1) уравнения}$$

при условии $\frac{\rho_2}{\rho_1} = 2,5$ (2) уравнения

$$\rho_1 = 1,2 \rho_6$$

$$\rho_2 = 3 \rho_6$$

$$\rho_1 = 1200 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\rho_2 = 3000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

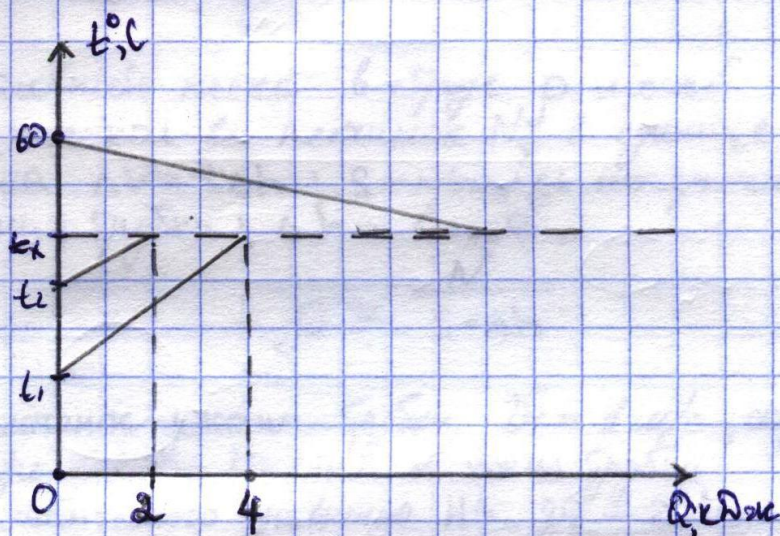
Ответ! $\rho_1 = 1200 \text{ кг/м}^3 ; \rho_2 = 3000 \text{ кг/м}^3$

5. Дано

$$m = 1 \text{ кг}$$
$$C = 2000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}^\circ\text{C}}$$

$t = ?$

Решение



В результате теплообмена трёх тел первое из них (с начальной температурой $t = 60^\circ\text{C}$), отдаёт кол-во теплоты Q , а два других (с начальной температурой t_1 и t_2), получают $Q_1 = 4 \text{ кДж}$ и $Q_2 = 2 \text{ кДж}$.

Запишем уравнение теплового баланса: $Q = Q_1 + Q_2$

Используя, что $Q = Cm(t - t_k) \Rightarrow t = \frac{Q}{cm} + t_k =$

$$= t = \frac{6000}{2000} + 54 = 57^\circ\text{C}$$

Ответ! $t = 57^\circ\text{C}$

6. Дано

Решение

$$v = 1 \text{ м/с}$$

$$H = 2,4 \text{ м}$$

$\rho = ?$

Плотность песка в струе ρ может быть, как кол-во песчинок N , в единице объема $\Delta V = S \Delta h$; S — площадь поперечного сечения струйки; Δh — высота.

$$\rho = \frac{N}{S \cdot \Delta h}$$

Скорость песчинок у конца трубки $v_1 = 1 \text{ м/с}$, скорость v_2 песчинок на расстоянии $H = 2,4 \text{ м}$ от конца трубки найдем из кинематического уравнения $H = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \Rightarrow$

$$\Rightarrow v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2gH} = v_2 = \sqrt{1^2 + 2 \cdot 10 \cdot 2,4} = 7 \text{ м/с}$$

Таким образом, средняя плотность песка будет обратно пропорциональна скорости песчинок на $\Delta h \Rightarrow$

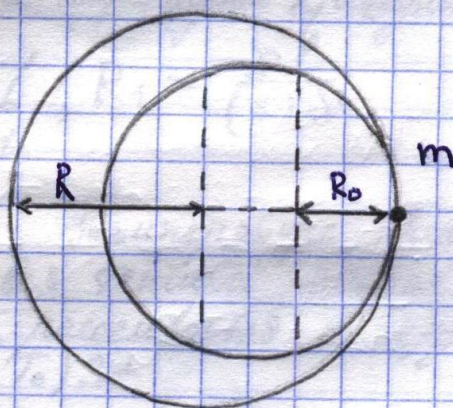
$\Rightarrow \rho$ песка в струе на $H = 2,4 \text{ м}$ от конца трубки будет меньше в 7 раз, чем внутри трубки у ее конца.

Ответ: меньше в 7 раз

7. Дано
 M, R, m
 $\frac{5}{6}R$

$F_1 - ?$

Решение



Сила тяготения F_1 между сплошным шаром массой M и материальной точкой m . $F_1 = G \frac{Mm}{R^2}$, G — гравитационная постоянная

Сила тяготения F_2 между шаром и материальной точкой массой m , которая находится на расстоянии $R_0 = \frac{5}{6}R$ от центра полости, её можно представить как разность $F_1 - F_2$. F_2 — сила тяготения между сплошным шаром $R_0 = \frac{5}{6}R$ (массой M_2).

Так как $M = \rho V^3$; $M = \frac{4}{3}\rho\pi R^3$ ($M \sim R^3$)

$M_2 = \left(\frac{5}{6}\right)^3 M$, подставим и вычислим F_2 .

$$F_2 = G \frac{Mm}{R^2} - G \frac{\left(\frac{5}{6}\right)^3 Mm}{\left(\frac{5}{6}\right)^2 R^2} = \frac{1}{6} G \frac{mM}{R^2}$$

$F_2 = \frac{1}{6} F_1$ — сила тяготения между полым шаром и материальной точкой уменьшилась в 6 раз.

Ответ: уменьшилась в 6 раз.

8. Найдём для начала сопротивление проводников, при

$$r_1 < r_2; R_1 = \frac{\rho l}{S_1}; R_1 = \frac{\rho l}{(\pi r_1)^2}$$

$$R_2 = \frac{\rho l}{S_2} = \frac{\rho l}{(\pi r_2)^2}$$

Температура проводника будет постоянной если вся теплота, которая выделяется в проводнике будет рассеиваться в окружающую среду. $Q = k(T - T_0)St$

Рассмотрим последовательное соединение!

$$I^2 R_1 t = k(T_1 - T_0) 2\pi r_1 l t; I^2 R_2 t = k(T_2 - T_0) 2\pi r_2 l t$$

— выразим R_1 и R_2

$$R_1 = \frac{k(T_1 - T_0) 2\pi r_1 l t}{I^2 t}; R_2 = \frac{k(T_2 - T_0) 2\pi r_2 l t}{I^2 t}$$

$$\text{Найдём } \frac{R_1}{R_2} = \frac{k(T_1 - T_0) 2\pi r_1 l t}{I^2 t} \cdot \frac{I^2 t}{k(T_2 - T_0) 2\pi r_2 l t};$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{(T_1 - T_0) r_1}{(T_2 - T_0) r_2} \Rightarrow \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{(T_1 - T_0) r_1}{(T_2 - T_0) r_2} \text{ и}$$

$$\text{и } \frac{r_2^3}{r_1^3} = \frac{(T_1 - T_0)}{(T_2 - T_0)}$$

Вывод: т.к. $r_1 < r_2$, то $T_1 > T_2$, такая проволока разогревалась до более высокой температуры.

Теперь же рассмотрим параллельное соединение!

$$\text{при } r_1 < r_2: (U^2/R_1)t = k(T_1 - T_0) 2\pi r_1 l t \text{ и } (U^2/R_2)t = k(T_2 - T_0) 2\pi r_2 l t$$

$$\text{Так же найдём } \frac{R_2}{R_1} = \frac{k(T_2 - T_0) 2\pi r_2 l t}{U^2 t} \cdot \frac{U^2 t}{k(T_1 - T_0) 2\pi r_1 l t}$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{(T_2 - T_0) r_2}{(T_1 - T_0) r_1}; \frac{r_1}{r_2} = \frac{T_1 - T_0}{T_2 - T_0}$$

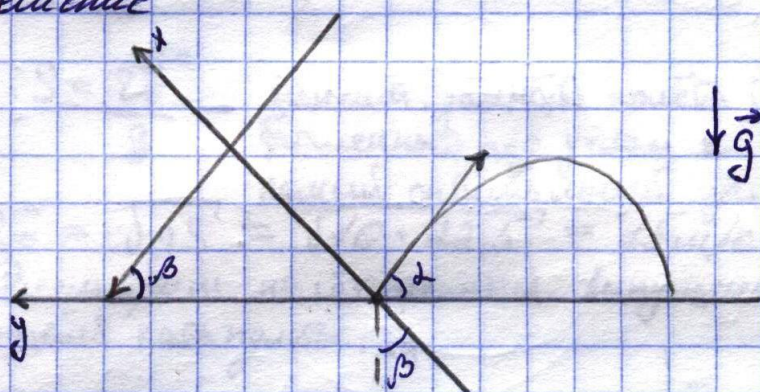
Вывод: т.к. $r_1 < r_2$, то $T_1 > T_2$, такая проволока разогреется до более высокой температуры.

9. Дано

$$\alpha; v; \\ \beta; \\ \beta \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$$

$l = ?$

Решение



$l = 2y_0 + S$; y_0 — расстояние от точки броска до крайней левой точки траектории камня
 S — дальность полёта камня

$$y = x / \sin \beta; \quad v_x = v \sin(\alpha - \beta) \\ g_x = -g \cos \beta$$

$$x_0 = -\frac{v_x^2}{2g_x} = \frac{v^2 \sin^2(\alpha - \beta)}{2g \cos \beta}; \quad x_0 \text{ — максимальное значение}$$

$$y_0 = \frac{x_0}{\sin \beta} = \frac{v^2 \sin^2(\alpha - \beta)}{2g \sin \beta \cos \beta}; \quad y_0 \text{ — максимальное значение } y$$

$$S = 2v^2 \sin^2 \alpha \cos \beta / g$$

$$l = \frac{v^2 \sin^2(\alpha - \beta)}{g \sin \beta \cos \beta} + \frac{2v^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} = (\sin^2 \alpha \operatorname{ctg} \beta + \cos^2 \alpha \operatorname{tg} \beta) v^2 / g$$

Ответ:
$$\frac{(\sin^2 \alpha \operatorname{ctg} \beta + \cos^2 \alpha \operatorname{tg} \beta) v^2}{g} = l$$

10. Дано

$$S = 22,5 \text{ м}$$

$$v = 15 \text{ м/с}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

Решение

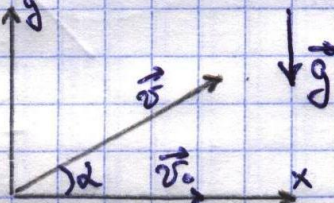
(1) $S = \frac{v_0^2}{g}$ — максим. дальность полёта тела, брошенного под углом к горизонту, самый оптимальный угол 45° .

$$v_0 = \sqrt{gS} = \sqrt{10 \cdot 22,5} = 15 \text{ м/с}$$

Рассмотрим полёт камня выпущенного из движущейся катапульты.

Горизонтальная ось
движения катапульты

$$v = v_0$$



$$v_{x0} = v_0 + v_0 \cos \alpha$$

$$v_{y0} = v_0 \sin \alpha \quad (2)$$

$$x = v_{x0} t = v_0 (1 + \cos \alpha) t$$

$$y = v_{y0} t - \frac{gt^2}{2} = v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2} \quad (3), \text{ найдем из (3) время полёта, } y = 0$$

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} \quad (4), \text{ то выраже-}$$

ние подставим (3), получим дальность полёта камня.

$$S_1 = v_0 (1 + \cos \alpha) \cdot \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} \quad (5)$$

$$S_1 = \frac{2v_0^2}{g} (1 + \cos 45^\circ) \sin 45^\circ =$$

$$= \frac{2 \cdot 15^2}{10} (1 + 0,7) \cdot 0,7 \approx 54,3 \text{ м}$$

Ответ: $S_1 \approx 54,3 \text{ м}$