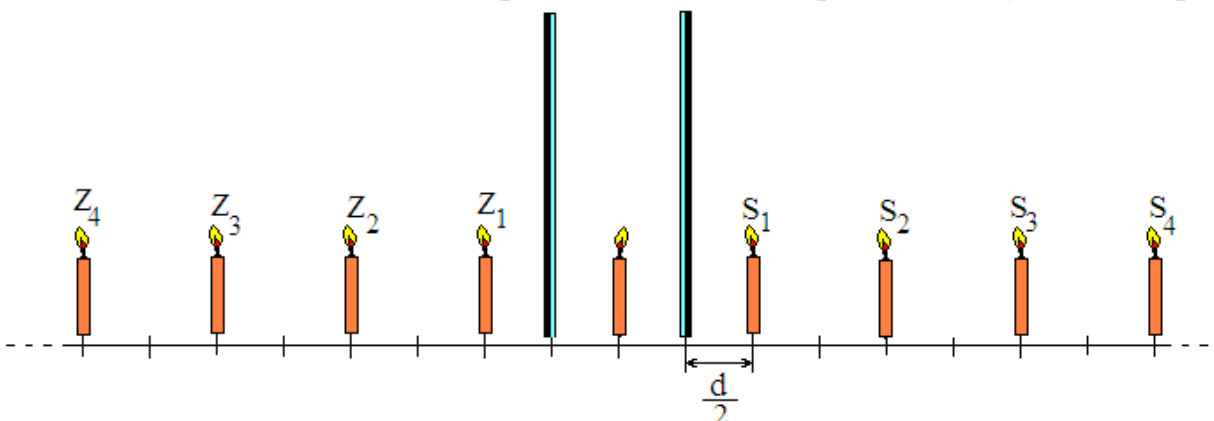


Задача 1.

Изображение в плоском зеркале и предмет расположены симметрично относительно плоскости зеркала. Таким образом получаем первые



изображения в зеркалах – S_1 и Z_1 (см. рис.), которые расположены от зеркал на расстояниях $\frac{d}{2}$.

Теперь строим изображение S_1 в левом зеркале, получаем Z_2 . S_1 от левого зеркала находится на расстоянии $\frac{3d}{2}$, следовательно, изображение Z_2 находится от левого зеркала по на таком же расстоянии. Аналогично строим изображение Z_1 в правом зеркале, получаем S_2 .

Далее строим изображение S_2 в левом зеркале и изображение Z_2 в правом зеркале, получаем соответственно Z_3 и S_3 . Далее строим изображения S_3 и Z_3 и т.д. Изображений в такой системе получится бесконечно много, причём расстояния между ними будут равны d .

Ответ: Изображений в системе зеркал бесконечно много, первые находятся на расстояниях $\frac{d}{2}$ от зеркал, следующие – на расстояниях d от них.

Задача 3.

Из графиков видно, что первые 20 минут робот двигался на север со скоростью 2 м/с. Он пройдёт путь $S_1 = 20 \cdot 60 \cdot 2 = 2400$ м.

Следующие 30 минут робот двигался на запад со скоростью 1 м/с, путь робота на запад равен $S_2 = 10 \cdot 60 \cdot 3 = 1800$ м.

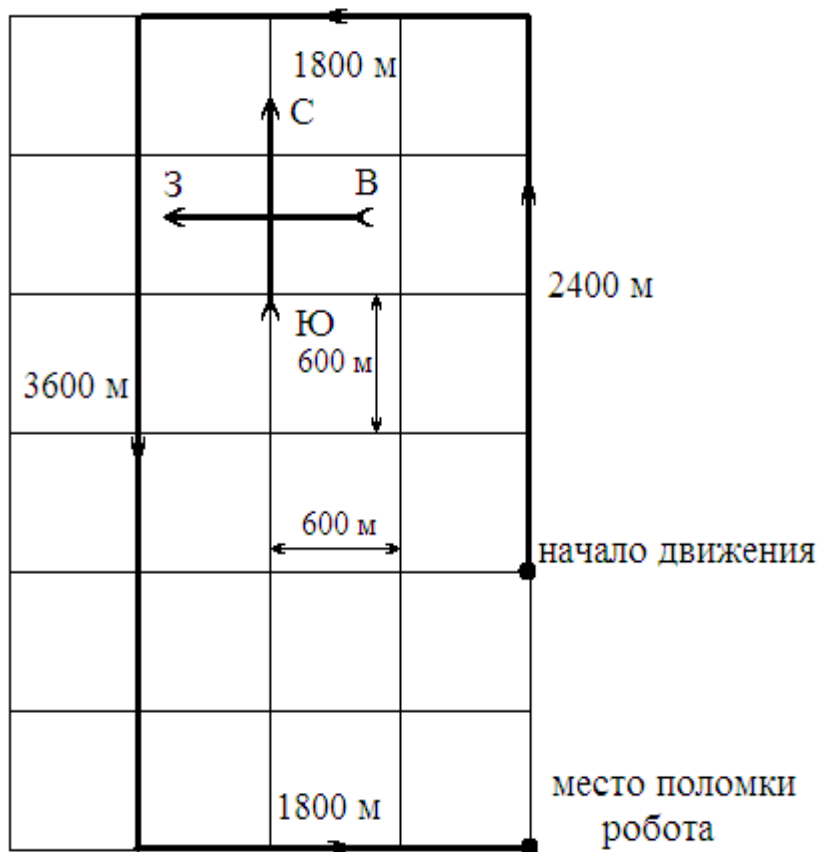
Следующие 20 минут при скорости 13 м/с робот двигался на юг, пройденный путь равен $S_3 = 2 \cdot 60 \cdot 3 = 3600$ м.

Далее 10 минут со скоростью 3 м/с робот движется на восток, путь равен $S_4 = 10 \cdot 60 \cdot 3 = 1800$ м.

Траектория движения робота изображена на рисунке.

Таким образом, сломавшегося робота надо искать в 1200 метрах от места старта в направлении на юг

Ответ: место поломки робота находится от места старта на расстоянии 1200 метров в направлении на юг. Траектория – см. рис.



Задача 4.

Если система кубиков находится в равновесии, то более плотный кубик будет находиться внизу и будет полностью погружён в жидкость(если бы он был не привязан к менее плотному, то утонул). Нить будет натянута.

Запишем условие покоя обоих кубиков.

Для нижнего кубика имеем

$$m_1 g = F_{\text{Аpx1}} + T_1,$$

где масса кубика $m_1 = 2\rho g a^3$, сила Архимеда, действующая на него, равна $F_{\text{Аpx1}} = \rho g a^3$ (объём погруженной части равен объёму куба, он полностью находится в жидкости).

Из записанных соотношений определим силу натяжения нити

$$T_1 = m_1 g - F_{\text{Аpx1}} = \rho g a^3.$$

Выясним, какие силы действуют на верхний кубик. Вниз действуют сила тяжести $m_2 g$ и сила натяжения нити T_2 . Сила тяжести равна

$m_2 g = \frac{\rho}{2} 8a^3 g$. Так как нить невесома, то сила натяжения нити одинакова по всей длине и равна $T_2 = T_1 = \rho g a^3$. Таким образом, вертикально вниз на кубик действует суммарная сила, равная $m_2 g + T_2 = 5\rho g a^3$.

При полном погружении этого куба на него будет действовать максимально возможная выталкивающая сила, равная $8\rho g a^3$. Видим, что максимально возможная сила Архимеда превышает сумму сил тяжести и

натяжения ($8\rho ga^3 > 5\rho ga^3$). Следовательно, этот кубик будет погружён в жидкость частично. Глубину погружения обозначим h . Условие покоя куба

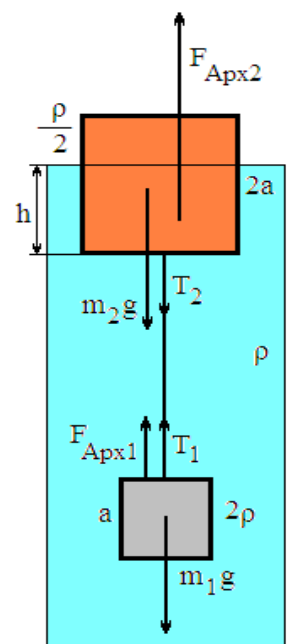
$$m_2 g + T_2 = F_{Apx2};$$

$$F_{Apx2} = \rho g h (2a)^2 = 4\rho g h a^2.$$

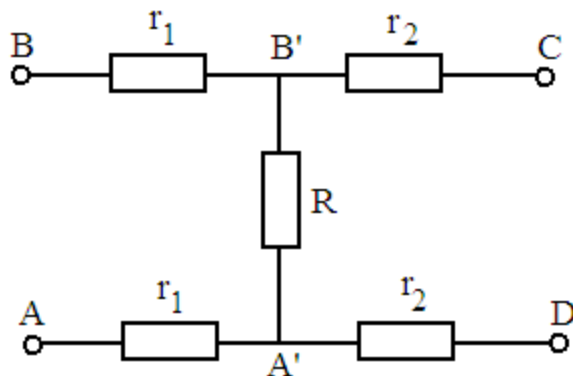
Подставив $m_2 g + T_2 = 5\rho ga^3$, определим глубину погружения кубика

$$h = \frac{5}{4} a = 1,25a.$$

Ответ: система кубиков будет находиться в равновесии в данной жидкости. Ниже будет располагаться кубик плотности 2ρ , второй кубик будет плавать на поверхности жидкости, причём в жидкость будет погружен на глубину $1,25a$.



Задача 5.



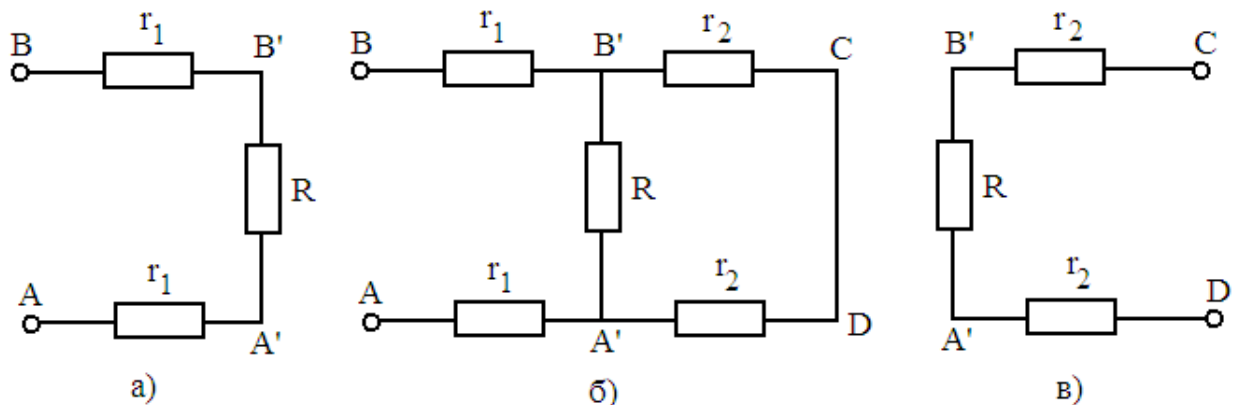
Обозначим сопротивление повреждённой изоляции R , сопротивление участков BB' и AA' - r_1 , сопротивление участков $A'D$ и $B'C$ - r_2 . Сопротивление между точками A и B при разомкнутых концах C и D равно (см.рис.а)

$$R_1 = 2r_1 + R. \quad (1)$$

Сопротивление между точками A и B при накоротко замкнутых концах C и D равно (см.рис.б)

$$R_2 = 2r_2 + \frac{2r_2 R}{2r_2 + R}. \quad (2)$$

Сопротивление между точками C и D при разомкнутых концах A и B равно (см.рис.в)



$$R_3 = 2r_2 + R. \quad (3)$$

Заменим в (2) $2r_2 + R$ на R_3 , получим

$$R_2 = 2r_2 + \frac{2r_2 R}{R_3} = \frac{2r_2 (R_3 + R)}{R_3}.$$

Выразим из (3) r_2 и подставим в последнее соотношение

$$R_2 = \frac{(R_3 - R)(R_3 + R)}{R_3} = \frac{R_3^2 - R^2}{R_3}.$$

Найдём отсюда сопротивление повреждённой изоляции

$$R = \sqrt{R_3(R_3 - R_2)}.$$

Выразим из (1) $2r_1$, а из (3) $2r_2$, подставим найденное R , получим

$$2r_1 = R_1 - R = R_1 - \sqrt{R_3(R_3 - R_2)};$$

$$2r_2 = R_3 - R = R_3 - \sqrt{R_3(R_3 - R_2)}.$$

Так как

$$\begin{aligned} r_1 + r_2 &= \rho L; \\ r_1 &= \rho x, \end{aligned} \quad (4)$$

То длина отрезка AA' равна

$$x = \frac{R_1 - \sqrt{R_3(R_3 - R_2)}}{R_3 + R_1 - 2\sqrt{R_3(R_3 - R_2)}}.$$

Ответ: $x = \frac{R_1 - \sqrt{R_3(R_3 - R_2)}}{R_3 + R_1 - 2\sqrt{R_3(R_3 - R_2)}}.$

Задача 6.

1. Внешние силы, действующие на систему тел «доска-шайба», направлены по вертикали и в сумме равны нулю. Импульс системы тел «доска-шайба» относительно Земли сохраняется:

$$m v_0 = (M + m) v,$$

где v - скорость шайбы и доски после того, как шайба перестала скользить по доске.

2. Сила трения, действующая на доску со стороны шайбы, постоянна и равна

$$F_{\text{тр}} = \mu m g.$$

3. Под действием этой силы доска движется с ускорением

$$a = \mu \frac{m}{M} g$$

и достигает скорости v за время

$$t = \frac{v}{a} = \frac{M v}{\mu m g} = \frac{M v_0}{\mu g (M + m)} = 0,8 \text{ с.}$$

Ответ. $t = 0,8 \text{ с.}$

Задача 8.

Скорость первой пули на высоте h : $h = \frac{v_1^2 - v_0^2}{-2g}$, $v_1^2 = v_0^2 - 2gh$

Из сохранения импульса: $mv_1 + mv_2 = 2mv$,

Поскольку векторы скоростей перпендикулярны, $m^2 v_1^2 + m^2 v_2^2 = 4m^2 v^2$

$$v^2 = \frac{v_1^2 + v_2^2}{4} = \frac{v_0^2 - 2gh + v_2^2}{4}$$

Потери механической энергии превращаются в теплоту: $Q = \Delta E_K$

$$2cm\Delta t = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv^2}{2},$$

Откуда $4c\Delta t = v_1^2 + v_2^2 + 2v^2$

$$\Delta t = \frac{v_0^2 - 2gh + v_2^2 - \frac{2(v_0^2 - 2gh + v_2^2)}{4}}{4c},$$

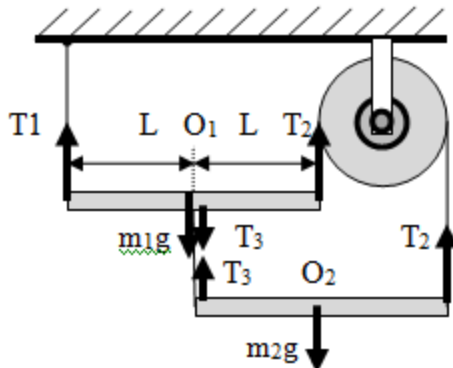
$$\Delta t = \frac{2v_0^2 - 4gh + 2v_2^2 - v_0^2 + 2gh - v_2^2}{8c},$$

$$\Delta t = \frac{v_0^2 - 2gh + v_2^2}{8c} = 154,6^\circ\text{C}.$$

Ответ. $\Delta t = 154,6^\circ\text{C}$.

Задача 9.

1. Расставим силы, действующие на каждый из стержней. Учтем, что в каждой точке одной нити сила натяжения одинакова. И неподвижный блок не дает выигрыша в силе, поэтому силы, действующие на нить, перекинутую через блок, с обеих сторон так же одинаковы.



2. Оба стержня находятся в равновесии, не вращаясь. И оба стержня не перемещаются, оставаясь в покое. Поэтому применяем сначала правило моментов для каждого стержня. Так как стержни находятся в покое, то равнодействующая приложенных сил равна 0.

Правило моментов относительно точки O_1 : $T_1 L = T_2 L$;

Относительно точки O_2 : $T_2 L = T_3 L$

Таким образом, $T_1 = T_2 = T_3 = T$

Условие равновесия для верхнего стержня: $T_1 + T_2 = m_1 g + T_3$

Условия равновесия для нижнего стержня: $T_2 + T_3 = m_2 g$

Отсюда, $m_1 g = T$; $2T = m_2 g$; следовательно, $m_2 = 2m_1 =$
1 кг – масса второго стержня.
Ответ. 1 кг.

Задача 10.

Предположим, что объем тетушки в нормальном состоянии V_1 составляет $0,08 \text{ м}^3$ при массе тела 80 кг. Плотность воздуха равна $1,29 \text{ кг/м}^3$. Согласно закону Архимеда $mg = \rho_B g V$. Вычислим объем $V = \frac{mg}{\rho_B g} = \frac{m}{\rho_B} = 62 \text{ м}^3$. Тогда

$$\frac{V}{V_1} = \frac{62 \text{ м}^3}{0,08 \text{ м}^3} = 775$$

Ответ. Объем тетушки увеличился в 775 раз.