11 класс

1. Найдите последнюю цифру числа .

19^1 = 19   
19^2 = 361   
19^3 = 6859   
19^4 = 130321   
19^5 = 2476099   
19^6 = 47045881   
19^7 = 893871739   
19^8 = 16983563041   
19^9 = 322687697779   
19^10 = 6131066257801   
19^11 = 116490258898219   
Последние 2 цифры повторяются каждый раз при увеличении показателя степени на 10   
т. е. например, 19 в конце будет при показателе степени 1, 11, 21 и т. д.   
Поэтому достаточно показатель степени разделить на 10 и посмотреть остаток.   
Таким образом последние 2 цифры 19^79 будут такие же, как и у 19^9, т. е. 79.

18^1 = 18  
18^2 = 324  
18^3 = 5832   
18^4 = 104976   
18^5 = 1889568   
18^6 = 34012224   
18^7 = ………..32   
18^8 = ………….76   
18^9 = ……………..68

Таким образом последние 2 цифры 18^79 будут такие же, как и у 18^9, т. е. 68

Значит 9-8=1

1. На плоскости расположены семь шестеренок, соединенных по замкнутой цепочке. Могут ли все шестеренки вращаться одновременно? А если шестеренок восемь?

Предположим, что первая шестерёнка вращается по часовой стрелке. Тогда вторая шестерёнка должна вращаться против часовой стрелки. Третья — снова по часовой, четвёртая — против и т.д. Ясно, что «нечётные» шестерёнки должны вращаться по часовой стрелке, а «чётные» — против. Но тогда первая и седьмая шестерёнки одновременно вращаются по часовой стрелке, что невозможно. 1-я и 7-я вращаются по часовой стрелке, что доказывает невозможность вращения всей цепи.



Да когда четное число

Ответ нет если 7,

если четное число шестеренок, то - да

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения , если известно, что .

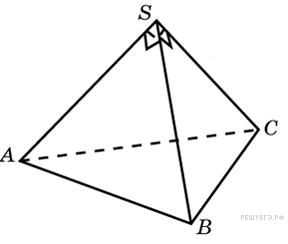
y = sqrt(1-x^2)  
**Необходимое условие экстремума функции одной переменной**.  
Уравнение f'0(x\*) = 0 - это необходимое условие экстремума функции одной переменной, т.е. в точке x\* первая производная функции должна обращаться в нуль. Оно выделяет стационарные точки xс, в которых функция не возрастает и не убывает.  
**Достаточное условие экстремума функции одной переменной**.  
Пусть f0(x) дважды дифференцируемая по x, принадлежащему множеству D. Если в точке x\* выполняется условие:  
f'0(x\*) = 0  
f''0(x\*) > 0  
то точка x\* является точкой минимума функции.  
Если в точке x\* выполняется условие:  
f'0(x\*) = 0  
f''0(x\*) < 0  
то точка x\* -максимум.  
**Решение**.  
Находим первую производную функции:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=y^{\prime } = -\frac{x}{\sqrt{-x^{2}+1}}  
Приравниваем ее к нулю:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=-\frac{x}{\sqrt{-x^{2}+1}} = 0  
x1 = 0  
Вычисляем значения функции   
f(0) = 1  
Используем достаточное условие экстремума функции одной переменной. Найдем вторую производную:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=y^{\prime \prime} = -\frac{x^{2}}{(-x^{2}+1)^{3/2}}-\frac{1}{\sqrt{-x^{2}+1}}  
или  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=y^{\prime \prime} = -\frac{1}{(-x^{2}+1)^{3/2}}  
Вычисляем:  
y''(0) = -1<0 - значит точка x = 0 точка максимума функции.

x1 = 0  
y = 1  
Используем X^6+y^6=(x2)3+(y2)3 => 0^6+1^6=1- наибольшее з

1. Решите неравенство .

Подкоренное выражение неотрицательно y-x^2-1>=0, y>=x^2+1, y>=1.   
Если y>=1, то 2^y>=2.   
Перепишем уравнение так: 2^y + sqrt(y-x^2-1) = 2cosx.   
2^y+sqrt(y-x^2-1) >=2; -2<=2cosx<=2; получаем систему:   
2^y+sqrt(y-x^2-1)=2,   
2cosx=2,   
y>=1;   
откуда у=1; х=0.

1. Все плоские углы при вершине треугольной пирамиды являются прямыми. Боковые ребра равны 5 см, 6 см, 7 см. Найдите объем пирамиды.

**Ре­ше­ние.**В качестве основания берем прямоугольный треугольник со сторонами    
пусть SA=5 см и SB=6см ,высота пирамиды  будет SC = 7 см , действительно , Ds ⊥ SA ;DS ⊥ SB ⇒DS ⊥ плоскости (ABC) .  


Удоб­но счи­тать тре­уголь­ник *ASB* ос­но­ва­ни­ем пи­ра­ми­ды, тогда от­ре­зок *SC* будет яв­лять­ся её вы­со­той. За­ме­тим, что

S(ABS) =AC\*BC/2 = 5\*6/2 =15 (см²) .  
V =1/3 \*(5\*6)/2 \*7 =35(см³) .    
  
ответ : 35(см³) .

1. На клумбе в форме правильного треугольника со стороной 3 м растут 10 гвоздик. Докажите, что найдутся две гвоздики, которые находятся на расстоянии не более 1 м друг от друга.

Это половина квадрата, площадь равна 3\*3/2=9/2 м2 =4,5м2,  По   Принципу Дирихле  найдется хотя бы два гвоздика которые лежат друг от друга не более 1 м

1. На один ряд, в котором семь стульев, рассаживаются четыре юноши и три девушки. Сколько существует способов сесть так, чтобы не все девушки оказались сидящими непосредственно рядом?

Решение 7 человек рассадить на 7 стульев можно Р7 способами.

Из этого числа надо вычесть число вариантов когда девочки сидят рядом. Число таких вариантов будет равно числу перестановок из шести элементов умноженных на числу перестановок из 3 элементов

N=P7-P6 P3=7!-6!3!=6!\*7-6!\*3!=6!(7-3!)=6!=720

1. В школе в 10-х классах учатся 44 человека. Из них 16 играют в баскетбол,17 –в хоккей, 18-в волейбол. Увлекаются двумя видами спорта - баскетболом и хоккеем - четверо, баскетболом и волейболом - трое, волейболом и хоккеем - пятеро. Трое не увлекаются ни баскетболом, ни хоккеем, ни волейболом. Сколько ребят увлекается одновременно тремя видами спорта? Сколько ребят увлекается лишь одним из этих видов спорта?

Убираем людей которые ничем не занимаются: 44-3=41 людей которые занимаются баскетболом, хоккеем, футболом.  
Сложим общее кол-во людей: 16+17+18=51. И отнимаем людей которых мы посчитали два раза: 51-(4+3+5)=39. И т.к. 41 >39, мы несколько людей посчитали три раза: 41-39=2. Ответ: 2 человека занимаются тремя видами спорта.   
Т.к. у нас 2 человека занимаются тремя видами спорта отнимаем их: 16-2=14; 17-2=15; 18-2=16. От 14 отнимаем людей которые занимаются этим видом спорта: 14-4-3=7. 7 людей занимаются только баскетболом. 15-4-5=6. 6 человек занимаются только хоккеем. 16-3-5=8. 8человек занимаются только футболом.

9

Имеется 9 листов бумаги. Некоторые из них разрезали на 9 частей. Некоторые из полученных кусков снова разрезали на 9 частей и т.д. Может ли после какого-либо шага получиться 2007 листов?

1)Пусть 8 листов разрезали на 9 частей. Получим 8\*9=72

2)Пусть 70\*9=630

3)600\*9=5400 лишнее получаем

От обратного

Если 2007:9=223 добавим 2 из некоторых

225:9=25 листов и добавим 2 из некоторых

27\*9=3

1)Итак берем 3, получаем 27

2)Из 27 выбираем некоторых 25=> снова разрезали получили 225

3)Из некоторых 223\*9=2007

Ответ за 3 шага

10

Вычислить значение выражения , не применяя калькулятора.