

Задача 1

1) 19^{79}

9^1 оканчивается 9

9^2 оканчивается 1

9^3 оканчивается 9

9^4 оканчивается 1

Значит, можно сделать вывод, что 19^{79} оканчивается 9

2) 18^{79}

8^1 оканчивается 8

8^2 оканчивается 4

8^3 оканчивается 2

8^4 оканчивается 6

8^5 оканчивается 8

8^6 оканчивается 4

8^7 оканчивается 2

8^8 оканчивается 6

Значит, $18^{79} = (18^4)^{19} \cdot 18^3$

$(18^4)^{19}$ оканчивается 6;

$(18^4)^{19}$ оканчивается 2.

3) $19^{79} - 18^{79}$ оканчивается 7

Ответ: последняя цифра 7

Задача 3

$$x^6 + y^6$$

1) $x^6 + y^6 = 1 - 3x^2y^2$

$$0 \leq x^2y^2 \leq 1 \cdot (-3)$$

$$-3x^2y^2 \leq 0 \quad | +1$$

$$1 - 3x^2y^2 \leq 1$$

2) $x^6 \geq 0$; $y^6 \geq 0$

Наибольшее значение 1, наименьшее 0

Ответ: $0 \leq x^6 + y^6 \leq 1$

Задача 4

$$2^y - 2 \cos x + \sqrt{y - x^2 - 1} \leq 0$$

1) $y - x^2 - 1 \geq 0$

$$y \geq x^2 + 1$$

$$y \geq 1$$

2) $y \geq 1$

$$2^y \geq 2$$

3) $-1 \leq \cos x \leq 1 \quad | \times 2$

$$-2 \leq (-2 \cos x) \leq 2$$

4) $0 \leq 2^y - 2 \cos x \leq 1$

5) Значит, $\sqrt{y - x^2 - 1} = 0$

$$y = x^2 + 1$$

Ответ: $y = x^2 + 1$

Задача 5

1) Пусть в пирамиде S_{ABC} , $S_A = 5$, $S_B = 6$, $S_C = 7$. По условию грани S_{AB} , S_{BC} , S_{AC} - прямые Δ

2) Рассмотрим с основанием перпендикулярный Δ . $S_A = 5$ и $S_B = 6$, тогда высота будет ребро $S_C = 7$

3) $V_{\text{пи}} = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{осн}} \cdot H = \frac{1}{3} \cdot (5 \cdot \frac{6}{2}) \cdot 7 = 35$

Ответ: 35

Задача 6

1) Разделим газон на 9 равносторонних Δ со стороной 1 метр. Тогда согласно принципу Дирихле, по крайней мере, 2 точки содержатся в одном из них. Поэтому расстояние между этими точками не превышает 1 метр.

2) Заметим, что если разместить 10 точек в вершинах все расстояние между ними равно 1 метру.

Ответ: утверждение доказано.

Задача 7

1	2	3	4	5	6	7
г	г	г	м	м	м	м
м	г	г	г	м	м	м
м	м	г	г	г	м	м
м	м	м	г	г	г	м
м	м	м	м	г	г	г

Ответ: 5 способов

Задача 8

Всего: 44

Баскетбол: 16

Хоккей: 17

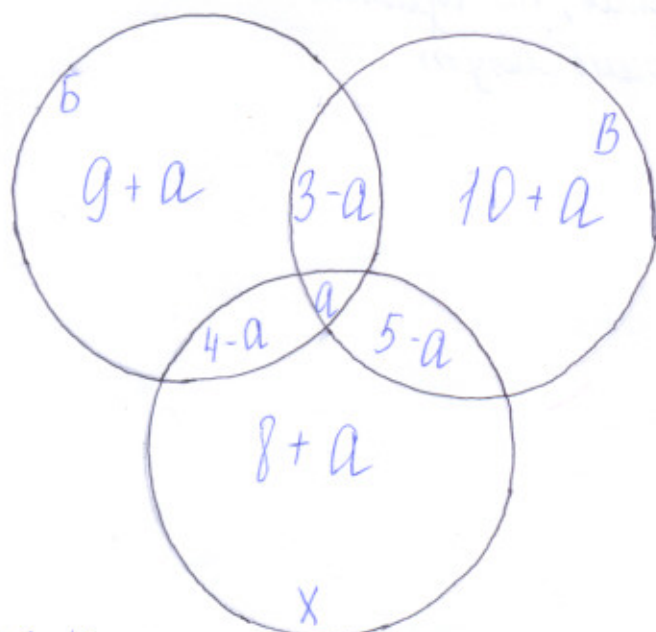
Волейбол: 18

$B + B = 3$

$B + X = 4$

$B + X = 3$

$B + B + X = ?$



1) $16 - (3-a+a+4-a) = 16-4+a = 9+a$

2) $18 - (5-a+3-a+a) = 10+a$

3) $17 - (4-a+5-a+a) = 8+a$

4) $44-3=41$

5) $9+a + 10+a + 8+a + 3-a+4-a+5-a+a = 41$

$$a+39=41$$

$$a=2$$

Ответ: 2.

Задание 10

1) Пусть $2003 = a$

$$(a-1)a(a+1)(a+2)+1 = (a^2+a-2)(a^2+a)+1$$

2) Пусть $a^2+a = b$

$$(b-a)b+1 = b^2-2b+1 = (b-1)^2$$

$$3) \sqrt{(b-1)^2} = |b-1|$$

$$4) |b-1| = |a^2+a-1| = (2003^2+2003-1) = |2003(2003+1)-1| = |4014011| =$$

$$= 4014011$$

Ответ:

Задание 2

Предположу, что первая шестеренка вращается по часовой стрелке, тогда, вторая шестеренка должна вращаться против часовой стрелки. Третья - снова по часовой, четвертая против, пятая по часовой, шестая против. Ясно, что "нечетные" шестеренки должны вращаться по часовой стрелке, а "четные" - против. Но тогда первая и седьмая могут вращаться одновременно по часовой стрелке, а это невозможно. А вот если восемь, то возможно.

Ответ: семь шестеренок - не могут, а восемь могут.