11 класс

1. Найдите последнюю цифру числа .

оканчивается на 9

оканчивается на 1

оканчивается на 9

оканчивается на 1 и т.д.

оканчивается на 9

оканчивается на 1

оканчивается на 8

оканчивается на 4

оканчивается на 2

оканчивается на 6

оканчивается на 8

оканчивается на 4 и т.д.

оканчивается на 6

оканчивается на 8

оканчивается на 4

оканчивается на 2

Следовательно, оканчивается на 9, значит, оканчивается на 9

Следовательно, оканчивается на 2, значит, оканчивается на 2

 оканчивается на 9-2=7.

1. На плоскости расположены семь шестеренок, соединенных по замкнутой цепочке. Могут ли все шестеренки вращаться одновременно? А если шестеренок восемь?

Пусть первая шестеренка вращается по часовой стрелке, тогда вторая будет вращаться против часовой стрелки, третья по часовой стрелке и т.д.

Значит, если шестеренка, номер которой можно представить как , будет вращаться по часовой стрелке, то шестеренка с номером будет вращаться против часовой стрелки.

Если шестеренка, номер которой можно представить как 2k+1 , будет вращаться против часовой стрелке, то шестеренка с номером 2m будет вращаться по часовой стрелке.

Чтобы шестеренки могли вращаться одновременно нужно, чтобы 1-ая и последняя шестеренки вращались по-разному, то есть, чтобы номер последней был 2m, это возможно только если шестеренок четное количество.

Следовательно, все семь шестеренок не могут вращаться одновременно, а восемь шестеренок могут.

Ответ: 7 не могут, 8 могут.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения , если известно, что .

 , пусть

Рассмотрим функцию и найдем наибольшее и наименьшее значения при

 ИЛИ

не удовлетворяет условию

Значит, наибольшее, а наименьшее значения выражения , если известно, что .

Ответ: наибольшее значение, наименьшее значение.

1. Решите неравенство .

 , причем равенство достигается при y=1, x=0

 , причем равенство достигается при y=1 и

Так как и , то

 ,

значит, неравенство может быть справедливо, если это выполняется при

Ответ: x=0, y=1.

1. Все плоские углы при вершине треугольной пирамиды являются прямыми. Боковые ребра равны 5 см, 6 см, 7 см. Найдите объем пирамиды.

 Дано: DABC- пирамида, AD=5см, DC=7см, DB=6см,

D

7

 , ∠BDC=90°,∠ADC=90°,

5

 Найти:

C

6

C

A

B

D

B

Решение: изобразим пирамиду так, чтобы был основанием пирамиды, так как CD, , то , значит, CD- высота пирамиды.

A

*.*

Ответ:

1. На клумбе в форме правильного треугольника со стороной 3 м растут 10 гвоздик. Докажите, что найдутся две гвоздики, которые находятся на расстоянии не более 1 м друг от друга.

B

3м

Достаточно доказать, что найдется сторона, на которой

A

C

не менее четырех гвоздик.

Предположим противное, что на каждой сторонегвоздик , тогда всего гвоздик - противоречие, так как в условии сказано, что гвоздик 10.

Значит, найдется такая сторона, на которой не менее четырех гвоздик, следовательно найдутся две гвоздики, которые находятся на расстоянии не более 1 м друг от друга.

1. На один ряд, в котором семь стульев, рассаживаются четыре юноши и три девушки. Сколько существует способов сесть так, чтобы не все девушки оказались сидящими непосредственно рядом?

 число способов рассадки

число способов рассадки, когда 3 девушки сидят непосредственно рядом

 число способов рассадки, когда не все девушки оказались сидящими непосредственно рядом

Ответ: 4320 способов

1. В школе в 10-х классах учатся 44 человека. Из них 16 играют в баскетбол,17 –в хоккей, 18-в волейбол. Увлекаются двумя видами спорта - баскетболом и хоккеем - четверо, баскетболом и волейболом - трое, волейболом и хоккеем - пятеро. Трое не увлекаются ни баскетболом, ни хоккеем, ни волейболом. Сколько ребят увлекается одновременно тремя видами спорта? Сколько ребят увлекается лишь одним из этих видов спорта?

B

A

e

b

a

x

Пусть A - количество ребят, которые играют в баскетбол,

f

d

B - количество ребят, которые играют в хоккей,

C - количество ребят, которые играют в волейбол

c

A=16, B=17, C=18.

C

44-3=41 - количество ребят, которые увлекаются спортом.

X -количество ребят, которые увлекается одновременно тремя видами спорта

X+e = 4; X+d = 3; X+f = 5;

=> ;

 ;

 количество ребят, которые увлекается одновременно тремя видами спорта

 ребят увлекаются только баскетболом

 ребят увлекаются только хоккеем

 ребят увлекаются только волейболом

человека увлекаются лишь одним из этих видов спорта

Ответ: 2 человека увлекаются одновременно тремя видами спорта,

 33 человека увлекается лишь одним из этих видов спорта

1. Имеется 9 листов бумаги. Некоторые из них разрезали на 9 частей. Некоторые из полученных кусков снова разрезали на 9 частей и т.д. Может ли после какого-либо шага получиться 2007 листов?

При каждом нарезании количество листов увеличивается на .

это конечное число листов при k разрезаний.

Предположим, что может получиться 2007 листов

нечетное число, а четное, следовательно, это не возможно.

Ответ: не может.

1. Вычислить значение выражения , не применяя калькулятора.

Пусть , тогда

Пусть , тогда

Ответ: 4014011