**Колесников Дмитрий – 8а класс**

**МБОУ «СОШ № 13» г. Октябрьский РБ**

**Учитель математики:**

**Исмагилова Лилия Магсумовна**

**Задание 1**

Пусть сначала все клетки заполнены числом +1. Тогда сумма произведений всех строк будет равна 50. Поставим число -1 в любую клетку на доске. Сумма всех произведений станет равной 50 – 4 = 46. То есть, каждая клетка уменьшает сумму на 4. Посчитаем, возможно ли будет, что сумма равна 0.

50 – 4 – 4 – 4 – 4 – … – 4 – 4 = 2

Если мы из числа 2 вычтем ещё 4, то получим -2. Следовательно, сумма не может равняться 0.

**Ответ: Нет, не может.**

**Задание 2**

.

Используя формулу разности квадратов, разложим на множители:

(1-1/2)(1+1/2)(1-1/3)(1+1/3)(1-1/4)(1+1/4)(1-1/5)(1+1/5)…(1-1/15)(1+1/15)

Получим: (1/2\*2/3\*3/4\*4/5\*5/6\*…\*13/14\*14/15)\*(3/2\*4/3\*5/4\*6/5\*7/6\*…\*15/14\*16/15)=1/15\*16/2=8/15

**Ответ: 8/15**

**Задание 3**

n2 + n + 1

а) При любом натуральном значении n есть число нечётное:

Если n – чётное число, то n2 также будет являться чётным числом

чётное + чётное + нечётное = нечётное

(например: 22 + 2 + 1 = 4 + 2 + 1 = 7; 62 + 6 + 1 = 36 + 6 + 1 = 43;)

Если n – нечётное число, то n2 также будет являться нечётным числом

нечётное + нечётное + нечётное = чётное + нечётное = нечётное

(например: 12 + 1 + 1 = 1 + 1 + 1 = 3; 52 + 5 + 1 = 25 + 5 + 1 = 30 + 1 = 31)

б) При любом натуральном значении n число не будет являться квадратом другого натурального числа. Значение выражения будет на n меньше квадрата следующего по счёту числа, например:

12 + 1 + 1 = 3 (на 1 меньше 4 = 22); 22 + 2 + 1 =7 (на 2 меньше 9 = 22);

32 + 3 + 1 = 16 (на 3 меньше 16 = 42)

Следовательно, выражение не может быть квадратом натурального числа, что и требовалось доказать.

**Задание 4**

x2 + xy + y2 – 2x + 2y + 4 = 0 |∙2

2x2 + 2xy + 2y2 – 4x + 4y + 8 = 0

(x2 + 2xy + y2) + (x2 – 4x + 4) + (y2 + 4y + y) = 0

(x + y)2 + (x - 2)2 + (y + 2)2 = 0

Уравнение равносильно системе:

{x + y = 0

{x – 2 = 0

{y + 2 = 0

Отсюда x = 2; y = -2

**Ответ: x = 2; y = -2**

**Задание 5**

A

B

C

H

D

O

F

G

E

Рассмотрим прямоугольник DEOH

Диагональ DO делит прямоугольник пополам, следовательно, площади

ΔDEO и ΔDOH равны.

Рассмотрим прямоугольник OFBG

Диагональ BO делит прямоугольник пополам, следовательно, площади

ΔGFO и ΔAOG равны.

Рассмотрим прямоугольник ABCD

Диагональ DB делит прямоугольник пополам, следовательно, площади

ΔAGD и ΔAOG равны.

SΔABD = SΔDEO + SΔOFB + SAFOE = SΔDHO + SΔOGB + SCHOG = SΔCBD

Отсюда SAFOE = SCHOG , что и требовалось доказать

**Задание 6**

Верно ли, что при любом четном числе  число  делится на 288?

Разложим 288 на множители: 288=32\*9.

Докажем сначала, что число делится на 32.  
Если x=2k, то, подставив 2k в уравнение, получим 256k⁸+288k⁵+32k². Очевидно, что это число на 32 делится.

Осталось доказать, что 8k⁸+9k⁵+k² делится на 9 при любом натуральном k. 9k⁵ делится на 9 при любом натуральном k.

Докажем, что 8k⁸+k² делится на 9 при любом натуральном k. Если k делится на 3, то число делится на 9 нацело . Если k даёт остаток 1 при делении на 3, то у числа 8k⁸+k² остаток будет 8+1=9, то есть число делится на 9 нацело. Наконец, если число k даёт остаток 2 при делении на 3, то у числа 8k⁸+k² остаток будет 2048+4=2052, 2052 делится на 9, значит, и число делится на 9.  
Таким образом, данное число при любом чётном x делится на 9 и на 32, значит, оно делится и на 288

**Задание 7**



= = = = = = –

= = = = = = –

И так далее до конца = = = = = = –

= = = = = = –

Теперь запишем результаты по порядку, то что возможно сократить, сократим:

– + – + – + … + – + – + – =

= – + = -1 + 10 = 9

**Ответ: 9**

**Задание 8**

A

B

C

125

?

O

Отметим точку пересечения биссектрис O.

∠AOB = 125°

Рассмотрим ΔAOB

Сумма углов треугольника равна 180°, следовательно

+ + 125= 180

+ = 55

A + B = 110

Рассмотрим ΔABC

∠A + ∠B + ∠C = 180°

C = 180° – (∠A + ∠B) = 180° – 110° = 70°

**Ответ: ∠C = 70°**

**Задание 9**

Сначала разобьём по группам числа

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № группы | Примеры чисел | | | | |
| 1 | -6 | -1 | 4 | 9 | 14 |
| 2 | -7 | -2 | 3 | 8 | 13 |
| 3 | -8 | -3 | 2 | 7 | 12 |
| 4 | -9 | -4 | 1 | 6 | 11 |
| 5 | -10 | -5 | 0 | 5 | 10 |

Мы получаем 5 групп с числами и 6 любых чисел. По принципу Дирихле, если предметов больше чем групп, то в любом случае будет хотя бы 2 числа, которые находятся в одной группе, а если и из одного числа любой группы вычесть любое число из этой же группы, то мы получим число, которое делится на 5.

**Задание 10**

Представим некоторые квадраты числа 8 в виде таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 |
| 8 | 64 | 512 | 4096 | 32768 | 262144 | 2097152 | 16777216 | 134217728 |

По данной таблице видим, что последняя цифра повторяется через каждые 3 степени (81, 85, 89, 813) продолжим последовательность, где последняя цифра равна 8:

81, 85, 89, 813 … 82001, 82005, 82009.

И получаем, что последней цифрой в числе 82009 является 8.

**Ответ: цифра 8.**