Решение 1-ой задачи
Акмуллинской олимпиады по математике
для 8 класса, II тур.

Выполнил: Шарипов
Арсений Елисеевич.
г. Уфа, МАОУ лицей №2
8б класс.

Чтобы получить 0, при сумме всех произведений нужно чтобы кол-во следующих произведений было равно: −1 и 1.
Чтобы получить произведение, равное −1, нужно расставить числа так, чтобы кол-во „−1" было нечетным, а для того, чтобы получить произведение, равное 1, нужно расставить числа так, чтобы кол-во „−1" было четным.
Получается: $25 \times (-1) = -25$

$1 \times 25 = 25$

$-25 + 25 = 0$, что и требовалось доказать.

Решение 2-ой задачи
Акмуллинской олимпиады по математике
для 8 класса, II тур.

$$\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{16}\right)\left(1-\frac{1}{25}\right)\left(1-\frac{1}{36}\right)\left(1-\frac{1}{49}\right)\left(1-\frac{1}{64}\right)\left(1-\frac{1}{81}\right)\left(1-\frac{1}{100}\right)\cdot$$
$$\cdot\left(1-\frac{1}{121}\right)\left(1-\frac{1}{144}\right)\left(1-\frac{1}{169}\right)\left(1-\frac{1}{196}\right)\left(1-\frac{1}{225}\right)=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\cdot$$
$$\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{5}\right)\left(1+\frac{1}{5}\right)\left(1-\frac{1}{6}\right)\left(1+\frac{1}{6}\right)\left(1-\frac{1}{7}\right)\left(1+\frac{1}{7}\right)\left(1-\frac{1}{8}\right)\cdot$$
$$\cdot\left(1+\frac{1}{8}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1+\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{10}\right)\left(1+\frac{1}{10}\right)\left(1-\frac{1}{11}\right)\left(1+\frac{1}{11}\right)\left(1-\frac{1}{12}\right)\left(1+\frac{1}{12}\right)\left(1-\frac{1}{13}\right)\cdot$$
$$\cdot\left(1+\frac{1}{13}\right)\left(1-\frac{1}{14}\right)\left(1+\frac{1}{14}\right)\left(1-\frac{1}{15}\right)\left(1+\frac{1}{15}\right)=$$
$$=\frac{1\cdot3\cdot2\cdot4\cdot3\cdot5\cdot4\cdot6\cdot5\cdot7\cdot6\cdot8\cdot7\cdot9\cdot8\cdot10\cdot9\cdot11\cdot10\cdot12\cdot11\cdot13\cdot12\cdot14\cdot13\cdot15}{2\cdot2\cdot3\cdot3\cdot4\cdot4\cdot5\cdot5\cdot6\cdot6\cdot7\cdot7\cdot8\cdot8\cdot9\cdot9\cdot10\cdot10\cdot11\cdot11\cdot12\cdot12\cdot13\cdot13\cdot14\cdot14}\cdot$$
$$\cdot\frac{14\cdot16}{15\cdot15}=\frac{16}{2\cdot15}=\frac{8}{15}$$

Ответ: $\frac{8}{15}$

Решение 3-ей задачи
Акмуллинской олимпиады по математике
для 8класса II тур

Выполнил: Шарипов
Арсений Елисеевич,
г. Уфа, МАОУ лицей № 42
8б класс.

n^2+n+1

а)

Рассмотрим 2случая:

1) n – нечетное число, тогда
Нечетное + нечетное + нечетное =
=нечетное

2) n – четное число, тогда
четное + четное + нечетное =
= нечетное.

При n – четном, n^2+n+1 – нечетное.
При n – нечетном, n^2+n+1 – четное

б)

$n+1$ – самое близкое к n число

$(n+1)^2 = n^2+2n+1$

$n^2+n+1 < n^2+2n+1$ на n, то есть число n^2+n+1 лежит между двумя квадратами последовательных натуральных чисел, само оно не может быть квадратом натурального числа.

Решение 4 задачи
Акмуллинской олимпиады по математике
для 8класса, II тур

Выполнил:
Шарипов Арсений
Елисеевич, г. Уфа
МАОУ лицей № 42
8б класс.

$x^2+xy+y^2-2x+2y+4=0$

$2x^2+2xy+2y^2-4x+4y+8=0$

$(x^2+2xy+y^2)+(x^2-4x+4)+(y^2+4y+4)=0$

$(x+y)^2+(x-2)^2+(y+2)^2=0$

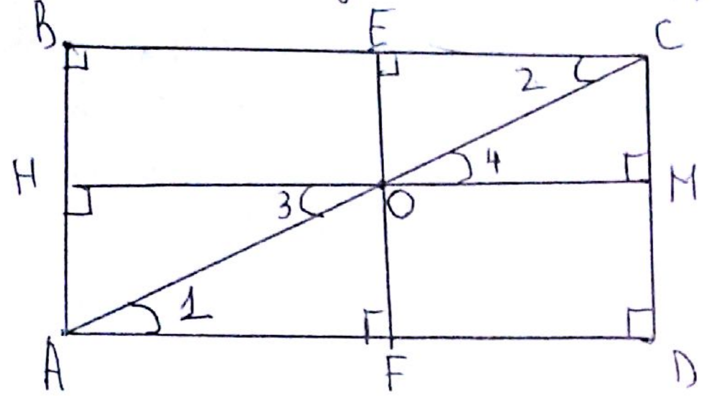
$x+y=0$ $\quad$ $x-2=0$ $\quad$ $y+2=0$

$2+(-2)=0$ $\quad$ $x=2$ $\quad$ $y=-2$

$0=0$

Ответ: $x=2$; $y=-2$.

Решение 5-ой задачи
Акмуллинской олимпиады по математике
для 8 класса, II тур



Выполнил: Шарипов
Арсений Елисеевич,
г. Уфа МАОУ лицей №42
8б класс

Диагональ AC делит прямоугольник ABCD на треугольники $\triangle ABC$ и $\triangle ACD$. Рассмотрим их.

$$\left.\begin{array}{l} AC \text{ — общая сторона} \\ \angle B = \angle D \text{ (так как ABCD — прямоугольник)} \\ \angle 1 = \angle 2 \text{ (накрест лежащие при } BC \parallel AD \text{ и секущей } AC) \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle ACD \Rightarrow S_{ABC} = S_{ACD}$

Рассмотрим $\triangle AHO$ и $\triangle AOF$

$$\left.\begin{array}{l} AO \text{ — общая сторона} \\ \left.\begin{array}{l} \angle AFO = 90^\circ \text{ (т.к. } EF \parallel AB \text{ и } AB \perp AD) \\ \angle OHA = 90^\circ \text{ (т.к. } MH \parallel AD \text{ и } AD \perp AB) \end{array}\right\} \Rightarrow \angle AFO = \angle OHA \\ \angle 1 = \angle 3 \text{ (накрест лежащие при } OH \parallel AF \text{ и сек. } OA) \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \triangle AHO = \triangle AOF \Rightarrow S_{AHO} = S_{AOF}$

Рассмотрим $\triangle EOC$ и $\triangle OCM$

$$\left.\begin{array}{l} OC \text{ — общая сторона} \\ \angle OEC = \angle OMC \\ \angle 2 = \angle 4 \text{ (накрест лежащие при } EC \text{ и } OM \text{ и секущей } OC) \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \triangle EOC = \triangle OCM \Rightarrow S_{EOC} = S_{OCM}$.

$$\left.\begin{array}{l} S_{ABC} = S_{ACD} \\ S_{ABC} = S_{BHOE} + S_{AHO} + S_{EOC} \\ S_{ACD} = S_{OMDF} + S_{AOF} + S_{OCM} \\ S_{EOC} = S_{OCM} \\ S_{AHO} = S_{AOF} \end{array}\right\} \Rightarrow S_{BHOE} = S_{OMDF}$$

что и требовалось доказать

Решение 6-ой задачи
Акмуллинской олимпиады по математике
для 8 класса, II тур

Выполнил: Шарипов
Арсений Елисеевич,
г. Уфа, МАОУ лицей 42
8б класс

$288 = 2^5 \times 3^2$

Пусть $x = 2n$

$(2n)^8 + 9(2n)^5 + 8(2n)^2$

Для того, чтобы сумма делилась на число, каждое слагаемое должно делиться на число.

$(2n)^8 = 2^5 \times 2^3 \times n^8$

$9(2n)^5 = 9(2^5 \times n^5)$

$8(2n)^2 = 2^3 \times 2^2 \times n^2 = 2^5 n^2$

Теперь делимость на 9.

$9(2n)^5$

$(2n)^8 + 8(2n)^2 = 256n^8 + 32n^2 = 32n^2(8n^6+1)$

Если n кратно 3, то $32n^2(8n^6+1)$ кратно девяти и задача решена

Если n при делении на 3 даёт остаток $\underline{1}$, то остаток $(8n^6+1)$ будет $8+1=9 \Rightarrow$ число делится на 9.

Если n при делении на 3 даёт остаток 2, то остаток $(8n^6+1)$ будет $512+1=513=9\times 57 \Rightarrow$ число делится на 9

Значит, $(2n)^8 + 9(2n)^5 + 8(2n)^2$ делится на 288

что и требовалось доказать

Решение 7-ой задачи
Акмуллинская олимпиады по математике
для 8 класса, II тур

Выполнил: Шарипов
Арсений Елисеевич
г. Уфа МАОУ лицей №42
8б класс.

$$\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\dots+\frac{1}{\sqrt{100}+\sqrt{99}}=$$

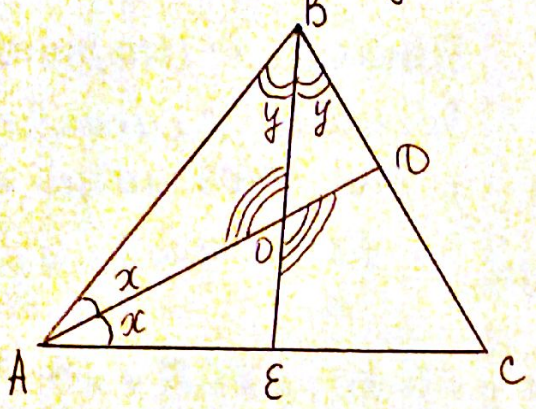
$$=\frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}+\dots+\frac{\sqrt{100}-\sqrt{99}}{(\sqrt{100}+\sqrt{99})\cdot(\sqrt{100}-\sqrt{99})}=$$

$$=\frac{\sqrt{2}-1}{2-1}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2}+\dots+\frac{\sqrt{100}-\sqrt{99}}{100-99}=\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{4}-\sqrt{3}+\sqrt{99}-\sqrt{98}+$$

$$+\sqrt{100}-\sqrt{99}=\sqrt{100}+1$$

Ответ: $\sqrt{100}+1$

Решение 8-ой задачи
Акмуллинской олимпиады по математике
для 8-го класса, II тур



Выполнил: Шарипов Арсений Елисеевич,
г. Уфа МАОУ лицей №42
8б класс.

$\angle AOB = 125^\circ \Rightarrow \angle BOD = 55^\circ$

$\angle AOB = \angle DOE$ (т.к. вертикальные) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle DOE = 125^\circ$

$\angle BOD = \angle AOE$ (т.к. вертикальные) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle AOE = 55^\circ$

Пусть $\angle BAO = x^\circ$, тогда $\angle OAE = x^\circ$

$\angle ABO = y^\circ$, $\angle OBD = y^\circ$

$$\left.\begin{array}{l} x^\circ + 125^\circ + y^\circ = 180^\circ \\ x^\circ + 55^\circ + \angle AEO = 180^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow x^\circ + 125^\circ + y^\circ = x^\circ + 55 + \angle AEO$$

$\angle AEO = x^\circ + 125^\circ + y^\circ - x^\circ - 55^\circ$

$\angle AEO = 70^\circ + y^\circ$

Рассмотрим $\triangle ABE$

$70^\circ + y^\circ + y^\circ + 2x^\circ = 180^\circ$

$2y^\circ + 2x^\circ = 110^\circ$

$\angle C = 180^\circ - 2y^\circ - 2x^\circ$

$\angle C = 180^\circ - 110^\circ$

$\angle C = 70^\circ$

Ответ: $\angle C = 70^\circ$

Решение 9-ой задачи
Акмуллинской олимпиады по математике
для 8 класса, II тур.

Выполнил: Шарипов
Арсений Елисеевич
г. Уфа МАОУ лицей №42
8б класс

При делении на 5 можно получить 5 остатков: 0, 1, 2, 3, 4. Среди 6 чисел будут как минимум 2 числа с одинаковыми остатками. Их разность будет делиться на 5.

Например.

72 37 49 18 13 42

14(ост.2) 7(ост.2) 9(ост.4) 3(ост.3) 2(ост.3) 8(ост.3)

$72-37=35$

$35:5=5$

Решение 10-ой задачи
Акмуллинской олимпиады по математике
для 8 класса, II тур

Выполнил: Шарипов
Арсений Елисеевич
г. Уфа МАОУ лицей №42
8б класс

8^{2009}

$8^1=8$

$8^2=64$

$8^3=512$

$8^4=4096$

$8^5=32768$

через каждые 5 степеней повторяется „8"

$2009 : 5 = 401$ (ост. 4)

Оканчивается числом 6 — 8^{2009}

Scanned by CamScanner