Задание №1

Найдем все 50 произведений (по 25 в каждом столбце и строке). Так как каждое число входит в эти произведения дважды ( в каждую строку и столбец), то общее произведение будет равно 1 ((-1)\*(-1)=1; 1\*1=1). Раз оно равно 1, то количество произведений равных -1 должно быть четно. Если сумма все произведений равна 0, то должно быть 25 произведений равных -1 и 25 равных 1. Возникает противоречие

Ответ: нет.

Задание №2

$$\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{16}\right)\left(1-\frac{1}{25}\right)\*…\*\left(1-\frac{1}{225}\right)==\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\*…\*\left(1-\frac{1}{15}\right)\left(1+\frac{1}{15}\right)==\frac{1}{2}\*\frac{3}{2}\*\frac{2}{3}\*\frac{4}{3}\*…\*\frac{14}{15}\*\frac{16}{15}=\frac{1\*3\*2\*4\*…\*14\*16}{2\*2\*3\*3\*…\*15\*15}=\frac{8}{15}$$

Ответ: $\frac{8}{15}$

Задание №3

n2+n+1=n(n+1)+1

а) Если n=2k, то (n+1)=2k+1 => n(n+1)=2p

Если n=2k+1, то n=2k => n(n+1)=2p

Тогда n2+n+1=2p+1, то есть нечетно.

б) n2 и (n+1)2 = n2+2n+1 являются двумя соседними квадратами

n2<n2+n+1<n2+2n+1 при n$\in $**N** => n2+n+1$\ne $m2 при m$\in $**N**

Задание №4

x2+xy+y2-2x+2y+4=0

2x2+2xy+2y2-4x+4y+8=0

(x2+xy+y2)+(x2-4x+4)+(y2+4y+4)=0

(x+y)2+(x-2)2+(y+2)2=0

m2=0 тогда и только тогда, когда m=0 =>$\left\{(\begin{array}{c}(x+y)^{2}=0\\x-2)^{2}=0\\(y+2)^{2}=0\end{array}\right.$

 $\left\{\begin{array}{c}x+y=0\\x-2=0\\y+2=0\end{array}\right.$

 $\left\{\begin{array}{c}x=2\\y=-2\end{array}\right.$

Ответ:x = 2;y = -2

Задание №5

 B L C Дано: ABCD - прямоугольник

 1 EF$‖$BC$‖$AD

E M F LN$‖$AB$‖$CD

 2 Д-ть: S1=S2

A N D

Доказательство

ABCD – прямоугольник => Sabc=Sacd(\*)

$\left.\begin{array}{c}EM‖AN\\AE‖MN\\угол A=90°\end{array}\right\}$=> AEMN – прямоугольник=> Saem=Samn(\*\*)

$\left.\begin{array}{c}LC‖MF\\LM‖CF\\угол C=90°\end{array}\right\}$=> LMCF – прямоугольник=> Slmc=Smcf(\*\*\*)

Из (\*), (\*\*) и (\*\*\*) следует:

S1=S2, ч.т.д.

Задание №6

288=32\*9

При х=2к х8+9x5+8x2=(2k)8+9(2k)5+8(2k)2=256k8+288k8+32k2=32(8k8+9k5+k2)

Докажем, что (8k8+9k5+k2)$\vdots $9

1. Пусть k$\vdots $3. Тогда k2$\vdots $9 => (8k8+k2)$ \vdots $9
2. Пусть k $≡$1(mod 3). Тогда k2 $≡$1(mod 3) => 8k8 $≡$8(mod 3)

Из всего этого следует (8k8+k2)$ \vdots $9

1. Пусть k $≡$2(mod 3). Тогда k2 $≡$1(mod 3) =>8k8 $≡$8(mod 3) => (8k8+k2)$ \vdots $9

Из всего этого следует (x8+9x5+8x2)$ \vdots $9

Ответ: да

Задание №7

$\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$+…+$\frac{1}{\sqrt{100}+\sqrt{99}}$ = $\frac{\sqrt{2}-1}{2-1}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2}$+…+$\frac{\sqrt{100}-\sqrt{99}}{100-99} $= $\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2 }$+

$+…+\sqrt{100}-\sqrt{99}$ = $\sqrt{100}-1$

Ответ:$ \sqrt{100}-1$

Задание№8

 C Дано: AM и BM – биссектрисы

1. угол 1 = 125°

 2) угол 2 = 125°

 Найти: угол C

 2 M

 A B

Решение

1. Пусть угол MAB равен$ ∝$.Тогда угол MBA= 180 - $∝$- (180-125) =125-$∝$

Угол C=180-2$∝$-2(55-$∝$)=180-2$∝$-110+2$∝$= 70°

Ответ: 70°

1. Пусть угол MAB равен$ ∝$.Тогда угол MBA= 180 - $∝$- 125=55-$∝$

Угол C=180-2$∝$-2(125-$∝$)=180-2$∝$-250+2$∝$= -70° условию угол C$\geq $0 не удовлетворяет.

Задание №9

Разделим все целые числа на 5 групп: делится на 5 или дают остатки 1,2,3,4.

 Если мы возьмем все шесть чисел из одной группы, то разность любых двух числе будет делиться 5. Если мы возьмем все шесть чисел из разных групп, то по принципе Дирихле останется одно число которое надо взять из одной из пяти групп. Тогда разность чисел из одних групп будет делиться на 5

Задание №10

8 $≡$-2(mod10)

82009 $≡$-2(mod10)

82009 $≡$8(mod10)

Ответ: 8