№1

Найдем произведение всех 25 чисел, записанных под каждым столбцом и всех 25 чисел, записанных справа от строчек. Т.к. в этом произведении каждое из чисел квадратной таблицы входит по 2 раза, то произведение этих 50 чисел, в каждом из которых стоит по 25 множителей, будет положительным, т.е. равно 1. А т.к. произведение 50 чисел положительно, то отрицательным сомножителем будет четное число (2, 4...,50). Сумма же 50 произведений может быть 0 в случае, когда 25 слагаемых равно 1, а другие 25 слагаемых равно −1, т.е. слагаемых с −1 должно быть нечетное число. Значит, сумма 50 написанных произведений не может равняться 0.

Ответ: не может.

№2

$$\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{225}\right)=\frac{3}{4}\cdot\frac{8}{9}\cdot\ldots\cdot\frac{224}{225}=\frac{\cancel{2^2}\cdot 2\cdot\cancel{4^2}\cdot\ldots\cdot 15\cdot 16}{2^2\cdot\cancel{3^2}\cdot\cancel{4^2}\cdot\ldots\cdot 15^2}=$$

$$=\frac{32}{30}=\frac{16}{15}$$

Ответ: $\frac{16}{15}$

№3 $n^2+n+1 = n^2+n+1-n+n = (n+1)^2-n$.

а) предположим, что n – число нечетное. Нечетное число в квадрате – число нечетное. Если из нечетного числа вычесть нечетное, то получится число нечетное.

Следовательно, при любом нечетном n число n^2+n+1 является числом нечетным.

б) Предположим, что n – число четное. Если к четному числу прибавить 1, то получится число нечетное. Если из нечетного числа вычесть четное, то получиться число нечетное.

Следовательно, при любом четном n, число n^2+n+1 является числом нечетным.

Доказано.

3

№4

$\underline{x^2}+\underline{xy}+y^2\underline{-2x}+2y+4=0$

$x^2+x(y-2)+(y^2+2y+4)=0$

$a=1 \quad b=y-2 \quad c=y^2+2y+4$

$D=\underline{b^2-4ac}=(y-2)^2-4\cdot1\cdot(y^2+2y+4)$

$D=y^2-4y+4-4y^2-8y-16$

$D=-3y^2-12y-12$

$D=-3(y^2+4y+4)$

Когда $D<0$, то $\varnothing$

Когда $D=0$, то 1 корень

Когда $D>0$, то 2 корня.

В нашем случае может быть только $D=0$.(1к.).

$-3(y^2+4y+4)=0$

$y^2+4y+4=0$

$(y+2)^2=0$

$y=-2.$

$x^2+(-2x)+4-2x-4+4=0$

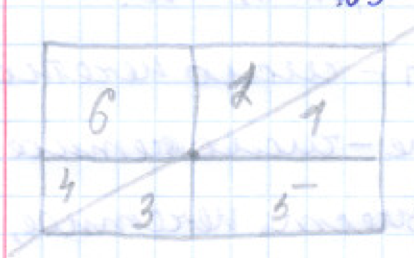
$x^2-4x+4=0$

$(x-2)^2=0$

$x=2$ Ответ: $(2;-2)$.

4.

№5



1) Т.к. 1=2, то $S_1 = S_2$

2) Т.к. 4=3, то $S_4 = S_3$.

3) В свою очередь, $S_1 + S_5 + S_3 = S_6 + S_4 + S_2$.

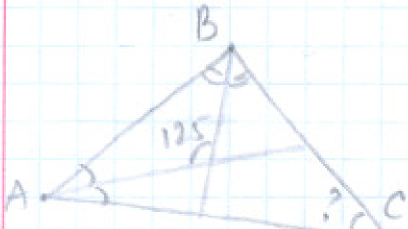
4) Значит, $S_5 = S_6$.

Доказано.

№6.

Число 288 является четным, т.е. 288 : 2. $x^8 + 9x^5 + 8x^2 = x^2(x^6 + 9x^3 + 8)$. Т.к. x - число четное, то его квадрат тоже будет числом четным. Значит, число $x^2(x^6 + 9x^3 + 8)$ тоже будет делится на 2 без остатка. Значит, $x^8 + 9x^5 + 8x^2 \vdots 288$.

Доказано.



№8

Пусть $\angle ABC = x°$, а $\angle BAC = y°$.

Тогда $0{,}5x + 0{,}5y + 125 = 180$.

Решим уравнение:

$0{,}5x + 0{,}5y + 125 = 180$

$0{,}5x + 0{,}5y = 55$

$x + y = 55 : 0{,}5$

$x + y = 110$.

$\angle C = 180 - (x+y) = 180 - 110 = 70^\circ$.

Ответ: 70°.

№9

Рассмотрим 5 коробок, пронумерованных 0, 1, 2, 3, 4 – остатки от деления на 5. По принципу Дирихле существует коробка, в которой кол-во чисел больше одного. Т.е. есть, по крайней мере, 2 числа с одинаковыми остатками от деления на 5. Тогда разность этих чисел делится на 5. Доказано.

№10.

1) $8^{2009} = (2^3)^{2009} = 2^{6027}$

2) $\underbrace{2^1 = \underline{2}\ \ 2^2 = \underline{4}\ \ 2^3 = \underline{8}\ \ 2^4 = \underline{16}}$,

Закономерность. $(2, 4, 8, 6)$.

3) $6027 : 4 = 1506$, остаток 3.

4) Значит, число 8^{2009} оканчивается на 8.

Ответ: на 8.