АКМУЛЛИНСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ

Город Уфа

Школа №69 класс 8а

Еремеева Валерия Викторовна

Учитель: Мулюкова А.Р.

1. Сосчитайте: .

=

= 3 \* 8 \* 15 \* 24 \* 35 \*…\*195 \*224 = ~~3~~ \* 2\*~~4~~ \* ~~3~~\*~~5~~ \*~~4~~\*~~6~~ \* ~~5~~\*~~7~~ \*…\*~~13~~\*~~15~~ \* ~~14~~\*16=

4 9 16 25 36 196 225 4 ~~3~~\*~~3~~ ~~4\*4~~ ~~5~~\*~~5~~ ~~6~~\*~~6~~ ~~14~~\*~~14~~ ~~15~~\*15

= 2 \*16 = 8

4 15 15

Ответ. 8/15.

2. Решите уравнение: x2+xy+y2-2x+2y+4=0

Решение: x2+xy+y2-2x+2y+4=0

x2+x(y-2)+(y2+2y+4)=0

D= (y-2)2-4(y2+2y+4)=y2-4y+4-4y2-8y-16= -3y2-12y-12= -3(y2+4y+4)= -3(y+2)2

При y=-2 D=0, при любых других значениях y D<0 и уравнение не будет иметь решения. Следовательно, существует один вариант решения y= -2.

Найдем х= -(y-2)+0=-(-4)=2

2 2

Ответ: x=2, y=-2

3. На диагонали прямоугольника выбрали точку и провели через неё прямые, параллельные сторонам. По разные стороны от диагонали образовались два прямоугольника. Докажите, что их площади равны.

B K C

M N

A D

Решение:

АВС= АDC

OKC= ONC

AOM= ALM

S ABC- (S AMO+S OKC)= SBKOM

S ADC- (S AOL+ S CON)=SLOND

Следовательно, SBKOM= SLOND

4.Верно ли, что при любом четном числе x  число x8+9x5+8x2 делится на 288?

Решение: 288= 25 \*32

x8+9x5+8x2= x2(x6+9x3+8)

Возьмём наименьшее чётное число 2, тогда

x2(x6+9x3+8) = 22(26+9\*23+23)=22\*23(23+9+1)=25\*18=25\*2\*32=2

288 288 288 288 25\*32

Если х=4,тогда

x2(x6+9x3+8) = 42(46+9\*43+8)=24(212+9\*26+23)=24\*23(29+9\*23+1) =

288 288 288 288

= 27(512+72+1)=27\*585 =27\*32\*65= 22\*65=260 и т.д.

288 25\*32 25\*32

Ответ:Верно, делится.

5. В треугольнике АВС проведены биссектрисы углов А и В ,угол между ними равен 125о. Найдите угол C.

В

А С

Решение:

1)В треугольнике АОВ угол ВОМ-внешний=180-125=55о и равен сумме

Угол ОАВ+ угол АВО=( x+y).

Следовательно, x+y=55.

x=(55-y)

В треугольнике САМ,угол А=x, т.е. (55-y)о

2) Рассмотрим треугольник ВОМ, угол В= y, угол О=55о, угол АМС- внешний и равен (55+y)

В треугольнике АМС, угол А=(55-y)о, угол М=(55+y)о ,угол С-?

Угол А+ угол М+ угол С=180

(55-y)+ (55+y) + угол С=180

55-y+55+y+ угол С=180

Угол С=180-110

Угол С=70о

Ответ:70о

6. Докажите, что среди любых целых чисел найдутся два, разность которых делится на 5.

Решение:

Возьмём числа 10 20 30 40 50 60

60-50=10 10:5=2

40-20=20 20:5=4

7. Какой цифрой оканчивается число 82009?

Решение: 82009  = ( 23 ) 2009 = 26027

Посмотрим последовательность возведения числа 2 в степень:

21 4 8 16 32 64 128 256 512 1024 …..

Как видим, при возведении числа 2 в степени происходит повторение последней цифры через каждые четыре раза. 6027:4 = 1506 ( 3 ост.)

Следовательно, 1506 действий возведения числа 2 в степени произойдет с повторением цифр 2,4,8,6 на конце и последний вариант закончится цифрой 8.

Ответ: 8.