Задание № 1

Сумма всех 50 произведений не может быть равной нулю, т.к. общее количество клеток в таблице размером 25х25 равно нечетному числу 725, в связи с чем невозможно достичь одинакового количества произведений со знаком «+» и со знаком «-».

Задание № 2

(1-1/4)\*(1-1/9)\*(1-1/16)….(1-1/225)=(1-1/22)\*(1-1/32)\*(1-1/42)….(1-1/152)=

= (1-1/2)\*(1+1/2)\*(1-1/3)\*(1+1/3)\*(1-1/4)\*(1+1/4)….(1-1/15)\*(1+1/15)=

= 1/2\*3/2\*2/3\*4/3\*3/4\*5/4….14/15\*16/15=1/2\*16/15=16/30=8/15

Задание № 3

В данном примере, при доказательстве первого утверждения используются следующие правила:

- квадрат четного натурального числа всегда является числом четным,

- квадрат не четного натурального числа всегда является не четным,

- сумма двух четных чисел и сумма двух не четных чисел всегда является числом четным,

- при увеличении четного натурального числа на 1 получается число не четное.

В доказательство второго утверждения нужно сказать, что квадраты всех натуральных чисел отличаются от квадратов предыдущих чисел, на число превышающее сумму самого предыдущего числа и единицы, следовательно получаемое число не может являться квадратом никакого другого натурального числа.

Задание № 4

х2+ху+у2-2х+2у+4=0

2х2+2ху+2у2-4х+4у+8=0

(х2+2ху+у2)+(х2-4х+4)+(у2+4у+4)=0

(х+у)2+(х-2)2+(у+2)2=0

Уравнение равносильно системе

х+у=0

х-2=0

у+2=0

следовательно х=2, а у=-2

Задание № 5

А В

S5 S1

S2

S3

S4 S6

С D

Диагональ прямоугольника делит его на два равных треугольника АВС и СDВ следовательно их площади равны. Площадь АВС равна сумме площадей S1,S3,S5, а площадь CBD равна сумме площадей S2,S4,S6. Так как S1 равен S2, а S3 равен S4, то площади S5 и S6 тоже будут равны.

Задание № 6

Любое число при умноении его на 2 становиться четным, поэтому представим х как 2у, то есть х=2у. Тогда получим (2у)8+9\*(2у)5+8\*(2у)2, что равно 256k⁸+288k⁵+32k². Общим знаменателем является число 32, поэтому следует, что число делится на 32 и получается 8k⁸+9k⁵+k². Так как 288 можно представить как произведение 32 и 9, а на 32 уравнение делится, то нужно доказать что оставшаяся после деления на 32 часть 8k⁸+9k⁵+k² делится на 9 при любом натуральном k. 9k⁵ делится на 9 при любом натуральном k. Докажем, что 8k⁸+k² делится на 9 при любом натуральном k. Если k делится на 3, это, очевидно, так. Если k даёт остаток 1 при делении на 3, то у числа 8k⁸+k² остаток будет 8+1=9, то есть число делится на 9 нацело. Наконец, если число k даёт остаток 2 при делении на 3, то у числа 8k⁸+k² остаток будет 2048+4=2052, 2052 делится на 9, значит, и число делится на 9.

Таким образом, данное число при любом чётном x делится на 9 и на 32, значит, оно делится и на 288.

Задание № 7

(1/√2+√1)+( 1/√3+√2)+(1/√4+√3)+…+(1/√100+√99)=9

Задание № 8

С

О

125

А В

Сумма углов САВ и СВА будет равна удвоенной сумме углов ОАВ и ОВА. Так как <ОAВ/2+<ОBА/2+1250=1800, следовательно сумма углов ОАВ и ОВА будет равна 550, а углов САВ и СВА равна 1100.

1800-1100=700, следовательно угол АСВ равен 700.

Задание № 9

При делении любого числа на 5 возможны 5 разных остатков: 0, 1, 2, 3 или 4. Если взять шесть чисел, значит, среди них обязательно найдутся два с одинаковыми остатками. Если мы рассмотрим их разность, то она будет давать при делении на 5 остаток 0, т. е. будет делиться на 5. Что же касается суммы, то это утверждение не будет верным. Например, если все пять чисел при делении на 5 дают остаток 1, то сумма любых двух из них будет давать остаток 2, т. е. нацело делиться не будет.

Задание № 10

При возведении числа 8 в степень, последняя цифра получаемого числа всегда изменяется циклически и:

- при степени 1 равна 8,

- при степени 2 равна 4,

- при степени 3 равна 2,

- при степени 4 равна 6,

после этого данный цикл повторяется 5-8, 6-4, 7-2, 8-6, 9-8 и т.д.

Таким образом, заметно что

если остаток от деления степени на 4 равен 1, то последняя цифра равна 8,

если остаток от деления степени на 4 равен 2, то последняя цифра равна 4,

если остаток от деления степени на 4 равен 3, то последняя цифра равна 2,

если остаток от деления степени на 4 равен 0, то последняя цифра равна 6.

Поэтому, если 2009 разделить на 4 в остатке остается 1, следовательно последняя цифра 8 в степени 2009 будет 8.