Олимпиада по математике для 8 класса

1)Перемножая все 50 произведений получим 1, так как в каждое из произведений любое из чисел войдет дважды. Тогда в произведении 50 множителей количество чисел, равных -1 чётно. Значит среди 50 чисел – четное количество произведений, каждое из которых равно 1 и четное количество произведений, каждое из которых равно -1. Очевидно, что 50
нельзя представить в виде суммы двух равных четных чисел, а значит полученная сумма не может быть равна нулю.
Ответ: сумма всех 50 произведений не может быть равна нулю.

2) Я заметила, что в каждой скобке заключена разность квадратов.
Ответ: 8/15

3) а) . Так как – число четное, то – будет нечетным числом;
б) Ближайшие к числу квадраты натуральных чисел и , но . Так как и – квадраты последовательных натуральных чисел, а число находится между указанными квадратами, то оно само не может быть квадратом натурального числа.

4) Ответ: нет действительных решений.

5) Диагональ прямоугольника делит его на два равных треугольника. Поэтому S’1=S1, S’2=S2, S1+S+S2=S’1+S’+S’2. Значит, S’=S

S2

S

S’2

S’

S’1

S1

6) 288=32\*9. Докажем сначала, что число делится на 32.
Если x=2k, то, подставив 2k в уравнение, получим 256k⁸+288k⁵+32k². Очевидно, что это число на 32 делится. Осталось доказать, что 8k⁸+9k⁵+k² делится на 9 при любом натуральном k.

9k⁵ делится на 9 при любом натуральном k. Докажем, что 8k⁸+k² делится на 9 при любом натуральном k. Если k делится на 3, это, очевидно, так. Если k даёт остаток 1 при делении на 3, то у числа 8k⁸+k² остаток будет 8+1=9, то есть число делится на 9 нацело. Наконец, если число k даёт остаток 2 при делении на 3, то у числа 8k⁸+k² остаток будет 2048+4=2052, 2052 делится на 9, значит, и число делится на 9.

Таким образом, данное число при любом чётном x делится на 9 и на 32, значит, оно делится и на 288.
Ответ: верно. При любом четном числе x число x^8+9x^5+8x^2 делится на 288.

7)

8)180-125=55

180-55-90=35

Следовательно угол А равен 70 градусам

180-125-35=20

Следовательно угол В равен 40 градусам

180-70-40=70 градусам = угол С

Ответ: угол C=70 градусам

9) Решение: При делении на 5 возможных 5 разных остатков: 0; 1; 2; 3; 4. Так как чисел 6, то найдутся 2 числа с одинаковыми остатками; их разность разделится на 5.

10) Рассмотрим последние цифры степеней 8

8^1=...8

8^2=...4

8^3=...2

8^4=...6

8^5=...8

8^6=...4

Как видно последние цифры последовательных степеней 8, повторяются с периодом 4

2009=2008+1=4\*502+1

Поэтому последняя цифра числа 8 в степени 2009 такая же как и числа 8 в степени 1, т.е. цифра 8
Ответ: 8