Акмуллинская олимпиада по математике.

№1

Найдем произведение всех 25 чисел, записанных под каждым столбцом и всех 25 чисел, записанных справа от строчек. Так как в этом произведении каждое из чисел квадратной таблицы входит по два раза, то произведение этих 50 произведений, в каждом из которых стоит по 25 множителей, будет положительным, т. е. равно 1. А так как произведение 50 чисел положительно, то отрицательных сомножителей будет четное число (2, 4, …, 50). Сумма же 50 произведений может быть нулем лишь в случае, когда 25 слагаемых равно 1, а 25 слагаемых равно - 1, т. е. слагаемых с - 1 должно быть нечетное число. А это значит, что сумма 50 написанных произведений не может равняться нулю.

№2

Пусть 2=n.Преобразуем выражение к виду:

*=*

*Ответ:*

*№3*

Натуральные числа разбиваются на два непересекающихся множества вида 2m и 2m+1, где m - натуральное.   
1) (2m)+ 2m + 1 = 4m + 2m + 1 = 2(2m+m) + 1, где 2m+m натуральное (произведение и сумма натуральных числе всегда натуральна), будет нечётным.  
(2m+1) + (2m+1) + 1 = 4m + 4m + 1 + 2m + 1 + 1 = 4m + 6m + 2 + 1 =   
2(2m+ 3m + 1) + 1, где 2m + 3m + 1 натуральное, нечетное.  
  
2) Квадрат чётного числа - чётный. Поэтому число n + n + 1 не может быть квадратом чётного числа.  
Число не может быть и квадратом нечётного числа:  
n + n + 1 = n+ 2n + 1 - n = (n+1) - n  
Т.е. число n + n + 1 отличается от квадрата (n + 1) на n единиц. (n + 1)- n^2 = n+ 2n + 1 - n = 2n + 1 > n  
Не может.  
n < n+ n + 1 = (n + 1) - n < (n + 1)  
Т.к. число n^2 + n + 1 лежит между двумя квадратами последовательных натуральных чисел, оно само не может быть квадратом натурального числа.

№4.

x

(x-(xy+2x-2y-4)=0

(x+y)

(x+y)

или

(x

(x-1)

*№5*

*Дано:ABCD-прямоугольник*

*LX параллельно AD ,BC, A L B*

*KP параллельно AB,DC P*

*DB-диагональ K O P*

*Доказать:S (ALOK)=S(OPXC) X*

*D X C*

*Доказательство: Диагональ DB делит ABCD на 2 равных треугольника. Их S равны,так же как и многоугольники, составляющие эти 2 треугольника равны (S (LOB)+S(ALOK)+S(KOD)=S(BOP)+S(POXC)+S(DOX)).S(LOB)=S(BOP),S(KOD)=S(DOX).Значит и S(ALOK)=S(POXC).*

*Ответ: доказано.*

*№6*

*x=2.Из x.1)Ecли x*

*xчетное, потому что х+8-четное*

*2) Если х*

*х3*

*х*

*Ответ: не верно.*

*№7*

*№8*

*Дано:ABC-треугольник В*

*AH-биссектриса угла А Н*

*ВН-биссектриса угла В*

*Угол АОВ=125 градусов А Н1 С*

*Найти: угол С- ? Решение: рассмотрим треуг. АВО*

*Сумма всех углов треугольника равна 180 градусам*

*(ОАВ+АВО)+125=180*

*ОАВ+АВО=55*

*(ОАВ+АВО)А+В*

*110=А+В*

*С=180-110=70*

*Ответ: 70 градусов.*

*№9*

*Распределим все множество целых чисел на 5 классов: В первый числа …-14,-9,-4,1,6,11…дающие остаток 1 при делении на 5; во второй числа …-13,-8,-3,2,7…. дающие остаток 2 при делении на 5;в третий числа …-12,-7,-2,3,8… дающие остаток 3 при делении на 5;в четвертый числа …-11,-6,-1,4,9…дающие остаток 4 при делении на 5;а в пятый числа кратные числу 5…-10,-5,0,5,10....Среди любых 6 чисел найдутся два числа разность которых будет равна…-10,-5,0,5,10…и делиться на 5.Например:1,3,8,15,2,6-8-3=5,а 5 делится на 5 и т.д.*

*Ответ: доказано.*

*№10*

*8==(…2)*

*8=8 2*

*8 2*

*8=…2 2*

*8 2=…6*

*8 2*

*Ответ: 8*